TÓPICOS EM ANÁLISE FUNCIONAL

Izabella Durante Temporini Furtado (PIBIC/CNPq/Uem), Valéria Neves Domingos Cavalcanti (Orientador), e-mail: vndcavalcanti@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Área e subárea do conhecimento: Matemática / Probabilidade e Estatística – Análise.

Palavras-chave: sequências de Cauchy, espaço métrico completo, contração.

Resumo:

O projeto em tela, de caráter introdutório, permitiu um primeiro contato com as ferramentas básicas e fundamentais da Análise Funcional, presentes Lima (2013) e Lima (1982) . Apresentamos um resultado, de ampla aplicação em diversos ramos da Matemática, conhecido como Teorema do Ponto Fixo de Banach, utilizando em sua demonstração o método das aproximações sucessivas de Picard. Para a boa compreensão deste resultado utilizamos tão somente os conceitos de sequências de Cauchy, de espaços métricos completos e de aplicações que são contrações.

Introdução

A grande relevância da Matemática reside no fato de que, além de existir como ciência, com suas teorias e problemas; ela tem a característica ímpar de penetrar em outros ramos do conhecimento humano. As raízes de várias teorias matemáticas estão em fenômenos naturais que impulsionaram o notável crescimento de grande parte da Matemática. As Equações Diferenciais fazem parte desta Matemática comprometida com o estudo de problemas concretos.

Revisão de Literatura

Foram realizados estudos individuais com apresentações de seminários, propiciando discussões acerca do conteúdo presente nas obras apresentadas na referência bibliográfica.

Resultados e Discussão

De modo a demonstrar o Teorema do Ponto Fixo de Banach, necessitamos de algumas definições que seguem, conforme Rudin (1971).

Definição 01: Dizemos que uma sequência $\{x_n\}$ em um espaço métrico X é uma sequência de Cauchy quando a cada $\varepsilon > 0$ corresponde um inteiro N tal que $d(p_n, p_m) < \varepsilon$, se $n \geq N$ e $m \geq N$.
Definição 02: Diz-se que um espaço métrico *X* no qual toda sequência de Cauchy converge é completo.

Definição 03: Seja *X* um espaço métrico munido com a métrica *d*. Se φ é uma aplicação de *X* em *X* e se existe um número $c < 1$ então $d(\varphi(x), \varphi(y)) \leq c.d(x, y)$, para todo $x, y \in X$, então φ é chamada de contração de *X* em *X*.

Estamos aptos, portanto a enunciar o seguinte teorema presente em Rudin (1976):

Teorema: Se *X* é um espaço métrico completo, e se φ é uma contração de *X* em *X*, então existe um único $x \in X$ tal que $\varphi(x) = x$.

Conclusões

Observamos que a demonstração e, consequente compreensão do Teorema apresentado, requer um grande embasamento teórico, desenvolvido ao longo do projeto. Os conceitos necessários não são triviais, embora amplamente utilizados. A resolução de equações diferenciais é uma das principais aplicações do Teorema do Ponto Fixo de Banach.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro concedido pelo CNPq, sem o qual este projeto não se realizaria.

Referências

LIMA, E. L. **Curso de análise volume 1**. 4. ed. Rio de Janeiro, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1982.

LIMA, E. L. **Espaços métricos**. 5. ed. Rio de Janeiro, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2013.

RUDIN,W. **Princípios de Análise Matemática**. Rio de Janeiro, Tradução de Eliana Rocha Henrique de Brito, Ao Livro Técnico S.A. e Editora Universidade de Brasília, 1971.

RUDIN,W. **Principles of Mathematical Analysis**. 3. ed. New York, McGraw-Hill International Book Company,1976.


23 a 25 de setembro
de 2015
24º Encontro Anual de Iniciação Científica
4º Encontro Anual de Iniciação Científica Júnior
XXIV EAIC
IV EAIC JR

23 a 25 de setembro de 2015
24º Encontro Anual de Iniciação Científica
4º Encontro Anual de Iniciação Científica Júnior
XXIV EAIC
IV EAIC JR