



## ESTUDO DOS EFEITOS DA INTERAÇÃO DA LUZ COM A MATÉRIA

Mateus Reinke Pelicer (PIBIC/CNPq/Uem), Luis Carlos Malacarne (Orientador), e-mail: lcmala@dfi.uem.br

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

**Ciências Exatas e da Terra: Física; Física da Matéria Condensada.**

**Palavras-chave:** fototérmica, termoelasticidade, espectroscopia.

### Resumo:

Este trabalho desenvolve as soluções para as equações de difusão e termoelástica para condições de contorno correspondentes a amostras finita e semi infinita, sem considerar troca de calor com o meio. Estas equações são usadas em aplicações de técnicas espectroscópicas. Para cada amostra são consideradas a Lei de Beer e aproximações para baixa e alta absorção térmica, as quais facilitam a aplicação em técnicas experimentais.

### Introdução

As equações de difusão e termoelástica são de suma importância em técnicas de espectroscopia fototérmica, as quais permitem a caracterização de propriedades térmicas, óticas e mecânicas de materiais. A equação de difusão térmica é

$$\partial_t T(r, z, t) - D \nabla^2 T(r, z, t) = Q_0 e^{-\frac{zr^2}{\omega_0^2}} Q(z),$$

na qual  $D$  é a difusividade térmica,  $Q_0 e^{-\frac{zr^2}{\omega_0^2}} Q(z)$  é o termo de fonte para uma gaussiana, sendo  $Q_0 = 2 \frac{P_s A_s \phi}{\rho c \pi \omega_0^2}$ .  $P_s$  é a potência de excitação do laser,  $A_s$  a absorção térmica da amostra,  $\phi$  a fração de energia convertida em calor,  $\omega_0$  o raio na cintura do laser e  $c$  e  $\rho$  são o calor específico e a densidade de massa, respectivamente. Após obtermos o expressão para a temperatura  $T(r, z, t)$ , é possível determinar o perfil de deformação com o uso da equação termoelástica:



$$(1 - 2\nu)\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) = 2(1 + \nu)\alpha_T \nabla T(r, z, t),$$

na qual  $\mathbf{u}$  é o vetor de deformação,  $\alpha_T$  é o coeficiente de expansão térmica linear e  $\nu$  é a razão de Poisson.

Para obter o perfil de temperatura, consideraremos uma amostra azimutalmente finita e uma semi infinita, e nenhuma troca de calor com o meio:  $T(r, z, 0) = 0$ ,  $T(\infty, z, t) = 0$ ,  $\partial_r T(r, z = 0, t) = 0$  e  $\partial_r T(r, z = L, t) = 0$ .

Para o perfil de deformação, iremos assumir as bordas livres de tensão. No caso da amostra semi infinita, esta condição é aplicada apenas em  $z = 0$ :  $\sigma_{rz}|_{z=0,L} = 0$  e  $\sigma_{zz}|_{z=0,L} = 0$ . O termo  $Q(z)$  depende do modelo considerado, sendo:  $e^{-A_e z}$  para a lei de Beer (BLM), 1 para a baixa absorção térmica (LAM) e  $2 \frac{\delta(z)}{A_e}$  para a alta absorção térmica (HAM).

Os objetivos do trabalho são determinar para quais valores da absorção térmica  $A_e$  as aproximações de LAM e HAM estão de acordo com a lei de Beer (SATO, 2009), como é mostrado na literatura e comparar os modelos de amostras finita e semi-infinita, visto que não existem muitos trabalhos fazendo esta comparação da aproximação semi infinita com condições de contorno mais reais (LUKASIEWICZ, 2014).

## Materiais e Métodos

Para a amostra semi-infinita, o método utilizado para encontrar a solução da equação de difusão é o das transformadas integrais. Utilizando as transformadas de Fourier Coseno, Hankel e Laplace e suas propriedades em relação às derivadas, as quais acabam eliminando alguns termos devidos as condições de contorno e inicial, obtemos uma equação simples de ser resolvida. Para a amostra finita, não é possível aplicar a transformada de Fourier Coseno, pois  $z$  não é definido para todos os reais positivos, mas somente entre 0 e  $L$ . A solução será encontrada utilizando a função de Green considerando uma simetria cilíndrica,

$$G(r, r', z, z', \tau)$$

$$= \frac{I_0 \left[ \frac{r r'}{2 D \tau} \right]}{2 D L \tau} e^{\frac{r^2 - r'^2}{4 D \tau}} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} 2 e^{-\frac{\pi^2 D n^2 \tau}{L^2}} \cos\left(\frac{n \pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{n \pi z'}{L}\right) \right),$$

na qual  $I_0$  é a função de Bessel de primeira ordem modificada. A temperatura, a partir da função de Green é obtida por:

$$T(r, z, t) = \int_0^t \int_0^{\infty} \int_0^L G(r, r', z, z', \tau) Q(r', z') r' dz' dr' d\tau$$



A solução da equação termoelástica é obtida a partir das equações de Poisson e biarmônica, sendo uma correspondente à solução homogênea e a outra à particular.

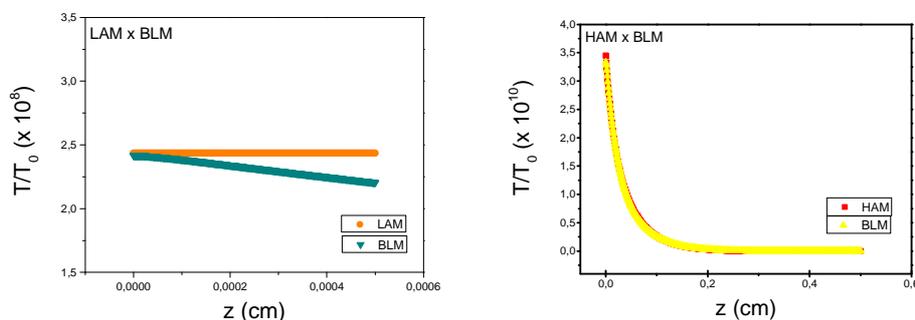
$$\nabla^2 \phi(r, z, t) = \chi T(r, z, t) \text{ e } \nabla^2 \nabla^2 \psi(r, z, t) = 0.$$

Na qual  $\chi = \alpha_T \frac{1+\nu}{1-\nu}$ ,  $\psi$  é denominada função de Love e  $\phi$  é o potencial de deslocamento escalar. A partir da solução geral da função de Love, são encontradas as constantes aplicando as condições de contorno já definidas e, então são relacionadas as funções  $\phi$  e  $\psi$  com a deformação  $u_z$  por

$$u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{1-2\nu} \left[ 2(1-\nu) \nabla^2 \psi - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right].$$

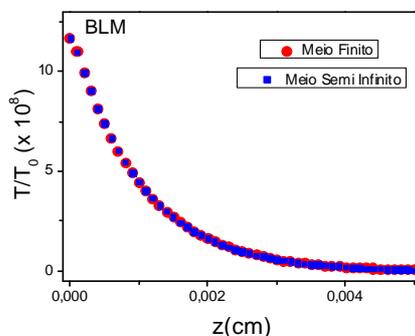
## Resultados e Discussão

Com as soluções, foram comparados, na amostra semi infinita, os modelos LAM e HAM com o BLM (figura 1).



**Figura 1** – Comparação entre LAM e HAM com o BLM para absorções de  $200 \text{ m}^{-1}$  e  $10^6 \text{ m}^{-1}$ .

A partir dos resultados obtidos é possível verificar que para as determinadas absorções térmicas, é possível utilizar as aproximações no lugar da lei de Beer. Em adição, foram comparados os modelos finito e semi infinito para a Lei de Beer (figura 2), no qual vemos que os dois estão de acordo para determinadas espessuras.



**Figura 2** – Comparação entre as amostras finita e semi infinita para o BLM, para uma amostra de espessura de 3mm.

## Conclusões

Pelas soluções encontradas e gráficos comparativos entre os modelos, conclui-se que é viável aproximar uma amostra com uma geometria real, como a de espessura finita, por um modelo semi infinito. Em adição, observamos que o modelo de baixa absorção térmica é válido para  $A_e < 200m^{-1}$  e o de alta absorção para  $A_e > 10^6m^{-1}$ .

## Agradecimentos

Agradeço às agências Capes, Fundação Araucária e CNPq, pelo apoio financeiro.

## Referências

LUKASIEWICZ, G. V. B. **Efeitos de Acoplamento Térmico nas Técnicas de Lente Térmica e Espelho Térmico**. 2014. Tese (Doutorado)-Programa de Pós-Graduação em Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

SATO, F. **Desenvolvimento da Técnica de Espelho Térmico** 2009. Tese (Doutorado)-Programa de Pós-Graduação em Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.