



TEOREMA DO PONTO FIXO DE BANACH E APLICAÇÕES

Dalvan Tiago de Oliveira (PIBIC/CNPq/Uem), Fábio Matheus Amorin Natali (Orientador), César Adolfo Hernández Melo (Coorientador) e-mail: dalvan.oliveira@outlook.com.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra / Matemática

Palavras-chave: análise, contração, métrica

Resumo:

O objetivo deste estudo é demonstrar o Teorema do ponto fixo de Banach para espaços métricos completos e expor algumas de suas aplicações. O Teorema do ponto fixo de Banach garante a existência e unicidade de solução para vários tipos de equações e ainda fornece um método iterativo para encontrar a solução. Para termos condições de demonstrar o teorema faremos um estudo sobre a teoria dos espaços métricos. Uma aplicação muito importante deste teorema se dá em equações diferenciais ordinárias, garantindo a existência e unicidade de solução.

Introdução

O Teorema do ponto fixo de Banach é um resultado relevante na área de análise matemática não linear. Desde sua primeira demonstração feita pelo matemático polonês Estefan Banach no ano de 1922 tem sido aplicado por diferentes matemáticos para garantir a existência e unicidade de ponto fixo para determinados tipos de equações e conseqüentemente a existência e unicidade de soluções de equações, por exemplo, o teorema de Picard-Lindelof, o qual mostra a existência e unicidade de soluções associadas a certo tipo de equações diferenciais ordinárias. Outra aplicação importante é o teorema da função implícita, que mostra a existência e unicidade de soluções definidas por um conjunto de equações escalares. Além das aplicações acima mencionadas este teorema tem sido usado na resolução de problemas de existência de soluções de equações diferenciais não lineares, equações numéricas e equações integrais. Este estudo visou à sistematização do conhecimento matemático, com o principal objetivo de



estudar o teorema do ponto fixo de Banach e suas aplicações. Para isso, efetuamos inicialmente o estudo de espaços métricos, convergência em espaços métricos, espaços métricos completos, sequências de Cauchy, ponto fixo e contração (LIMA, 2007). Em seguida, estudamos o Teorema do ponto fixo de Banach. Além de exibirmos duas demonstrações do Teorema do ponto fixo de Banach, onde a primeira é uma demonstração clássica (LIMA, 2007) e a segunda uma demonstração feita recentemente (PALAIS, 2007), apresentaremos duas versões com hipóteses enfraquecidas. Por fim mostraremos algumas aplicações, dentre elas, uso do teorema para obtenção de raízes de funções, o Teorema de Picard-Lindelof e o Teorema da Função Implícita.

Materiais e métodos

Ao longo desse estudo, a metodologia utilizada foi baseada no método hipotético-dedutivo, sendo desenvolvida a partir do estudo individual dos tópicos relacionados por parte do bolsista, e com encontros semanais para apresentação de seminários ao orientador.

Resultados e Discussão

Dentro os resultados obtidos, estão a experiência em lidar com espaços métricos, convergência, busca por solução de equações, etc. Fica evidenciado a relevância de tal resultado, visto que é usado para demonstrar muitos outros resultados importantes em várias áreas da matemática. Resultados que servirão de base para estudos futuros no contexto de espaços métricos, na área da análise, e na matemática como um todo. É bom ressaltar a experiência adquirida em redigir um texto científico.

Conclusões

Fica claro a importância do teorema do ponto fixo de Banach na área da análise matemática. Na prática, usar tal resultado é muito conveniente pois além de garantir a existência e unicidade de solução ainda nos fornece um método iterativo para aproximar a solução. Suas aplicações são variadas e não se limitam somente as expostas aqui.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, sem ele nada somos. A minha família pelo apoio incondicional. Ao departamento de matemática da UEM pela estrutura. Ao meu orientador e coorientador pela paciência, sabedoria e pela



disponibilidade em me atender sempre que foi preciso. Agradeço, finalmente, ao CNPq pelo apoio financeiro e confiança.

Referências

LIMA, E. L., **Espaços Métricos**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2007.

PALAIS, R. S., A simple proof of the Banach contraction principle - **J. fixed point theory appl.**, 2 (2007), p. 221-223, 2007.