INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE TÓPICOS DE COSMOLOGIA E CRISTAIS LÍQUIDOS – ANO II

Gabriel Antonio Flizikowski Siqueira (PIBIC/CNPq-FA/UEM), Paulo Ricardo Garcia Fernandes (Co-orientador), Hatsumi Mukai (Orientadora), e-mail: hmukai@dfi.uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra, Física.

Palavras-chave: grupos de simetria, teoria elástica do contínuo, defeitos topológicos.

Resumo:

Neste trabalho apresentamos a importância do estudo de espinores e os princípios básicos de teoria de grupos, mais precisamente os grupos de simetria, e fechamos com uma breve apresentação de defeitos topológicos no âmbito do sistema líquido cristalino e cosmológico.

Introdução

A simetria é um elemento muito importante na Física e na natureza. Pois as leis de conservação da mecânica estão diretamente ligadas à natureza do espaço tempo (LANDAU, 1996): à homogeneidade do espaço está ligada diretamente a conservação do momento linear e a sua isotropia à conservação de momento angular, e a homogeneidade do tempo à conservação de energia, e que associadas às leis de conservação estão à simetria do sistema.
A Física de partículas elementares é baseada em simetrias. No Universo primordial, devido a uma infinidade de quebra de simetrias, devido à transição de fase, supostamente ocorrida devido a brusca variação de temperatura na grande explosão ("*Big Bang*") gerou os chamados defeitos topológicos. E de forma análoga, mas com uma temperatura bem mais amena, em um sistema líquido cristalino, uma variação de temperatura provoca uma transição de fase, e estas geram também defeitos topológicos (texturas diferentes) (CHUANG,1991), (de OLIVEIRA, 2006) e (MUKAI, 2007). Os campos associados a esta quebra de simetria são o campo de Higgs (campo escalar) e o Parâmetro de ordem (campo vetorial ou tensorial) respectivamente (MUKAI, 2007). Para realizar estudos das vertentes a simetria, mais precisamente aos tipos de simetria, em continuação ao

apresentado no 23º EAIC (álgebra tensorial e relat. espec.), fizemos um estudo complementar a álgebra tensorial que foi o estudo dos princípios básicos de teoria de grupos e representações, e como uma primeira utilização dos conceitos dos grupos de simetria no estudo de espinores (NETO, 2010). No âmbito dos CLs estudamos a teoria elástica do contínuo e formação de defeitos topológicos (de OLIVEIRA, 2006). Na Figura 1, apresentamos um esquema indicando as linhas de estudo dos projetos referente a um total de três anos.

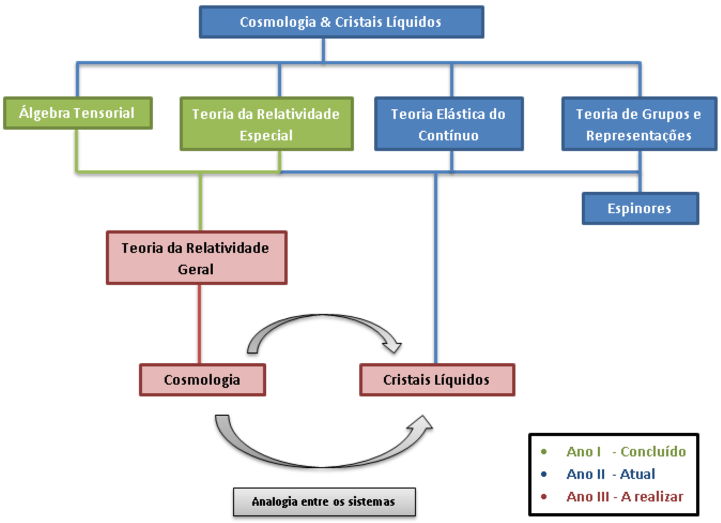

Figura 1 – Organograma representando as linhas de estudo e o objetivo deste trabalho.

Revisão de Literatura

Revisão de literatura com textos (bibliográficos e/ou eletrônicos) sobre: espinores (teoria de grupos e representações) (NETO, 2010), defeitos topológicos em cristais líquidos e cosmologia (CHUANG,1991), (de OLIVEIRA, 2006) e (MUKAI, 2007).

Resultados e Discussão

Os espinores são entes matemáticos elementares, com os quais se podem construir vetores e tensores (por ex. necessitamos de dois espinores para construir um tensor), usados para representar as propriedades das partículas mais comuns da natureza, como o próton, elétron e o nêutron, que possuem spin ½, diferentemente de partículas de spin zero (ex. mésons) que podem ser descritas com escalares, ou spin 1 por vetores (ex. fótons), ou spin 2 por tensores (ex. gráviton). Seu estudo envolve teoria de grupos (mais especificamente os chamados grupos de Lie) e suas representações. A teoria de grupos é uma ferramenta matemática e é definida por um conjunto de elementos (objetos ou operações) denominado Grupo (G) cujas combinações devem respeitar quatro condições (NETO, 2010): a de fechamento, associatividade, elemento unidade e elemento inverso. Temos também que um grupo pode ser comutativo (abeliano), finito ou infinito, bem como contínuos. E dentro deste estudo e de seus geradores, estão as definições e os grupos de simetria, sendo: U(1) o grupo de matrizes (1x1 escalares) unitárias que está associado às forças elétricas e magnéticas, em que o termo ‘unitária’ se dá pois a matriz inversa é igual a adjunta; O(2) significa grupo ortogonal (de matrizes 2x2), tal que ‘ortogonal’ refere-se ao fato da matriz inversa ser igual a transposta e SO(3) ou grupo ortogonal especial matrizes 3x3 (determinante igual a 1), é o grupo de todas as rotações sobre a origem de um espaço euclidiano tridimensional. De forma geral: matrizes ortogonais $n \times n$ formam o grupo O(n) e SO(n) e as unitárias $n \times n$ o grupo U(n) e SU(n). Estas matrizes relacionadas a estes grupos de simetria aparecem nos estudos de defeitos topológicos tanto no âmbito cosmológico como no sistema líquido cristalino. Pois nestes casos tais defeitos se formam devido a uma quebra espontânea de simetria que ocorre devido a uma variação de temperatura. Por exemplo: quebra de simetria de O(2) (esférico) para SO(3) (elipsoidal).

No caso do sistema líquido cristalino, a configuração do diretor na qual a energia seja mínima, envolve o estudo da teoria elástica do contínuo, que descreve a energia livre por volume de um cristal líquido nemático não quiral, representada matematicamente pela equação conhecida como Energia Livre de Frank (de OLIVEIRA, 2006):

$$\mathcal{F}_v = \frac{1}{2}K_{11}\left[\vec{\nabla}\cdot\vec{n}\right]^2 + \frac{1}{2}K_{22}\left[\vec{n}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{n})\right]^2 + \frac{1}{2}K_{33}\left[\vec{n}\times(\vec{\nabla}\times\vec{n})\right]^2 \qquad (1)$$

de forma que as quantidades constantes K_{11}, K_{22} e K_{33} representam o quão difícil é torcer o vetor diretor. E, para a aproximação de constante única, K, obtém-se como solução da equação de Euler-Lagrange em coordenadas polares que $\theta(\phi) = m\phi + \theta_0$, onde m é uma constante que pode ter valores $m = \pm\frac{1}{2}, \pm 1, \pm\frac{3}{2}, \ldots \phi = arc\,tang\left(\frac{y}{x}\right)$ e θ_0 é uma constante. O fator m nos informa o tipo de defeito, pois ele indica a forma com que o diretor está em torno de um defeito, conhecido como intensidade de declinação. E a energia livre (1) pode ser escrita na forma: $\mathcal{F}_v = \frac{1}{2}K\frac{m^2}{\rho^2}$, indicando que a declinação é uma região onde não há nenhuma ordem orientacional, sendo um defeito do tipo corda, uma linha isotrópica no meio nemático. No caso do Universo primordial, devido a diversas quebra espontânea simetria (configuração de mínima energia), surgiram os seguintes defeitos: tipo ponto, corda e parede. A configuração de mínima energia é denominada de variedade de vácuo ($\mathcal{M}$). E o grupo homotópico π_1 de $\mathcal{M}$ é que determina a existência dos

defeitos, $\mathcal{M} = \frac{S_2}{Z_2}$, e $\pi_1 = \mathcal{Z}_2$ representa uma corda cósmica (e também o defeito tipo corda no sistema líquido cristalino (CHUANG, 1991) e (de OLIVEIRA, 2006)).

Conclusões

Desta forma, podemos concluir o quanto o estudo de grupos de simetrias é importante para o estudo de espinores, que foi mais uma ferramenta matemática agregada nesse ano de projeto; e para o estudo de defeitos topológicos. Vimos que toda e qualquer grandeza física que possui um tipo de simetria está ligada a uma lei de conservação. Com o estudo de defeitos, pudemos ter uma primeira experiência do quão similar pode ser o estudo de CLs com a Cosmologia.

Agradecimentos

Aos meus orientadores, Profa. Hatsumi e o Prof. Paulo Ricardo pela orientação, paciência e apoio, e ao Prof. Breno Ferraz de Oliveira pelas sugestões nos seminários. Ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Referências

CHUANG I. and DURRER R. TUROK N. and YURKE B. Cosmology in the Laboratory: Defect Dynamics in Liquid Crystals, **Science**, vol. 251, p. 1336-1342, 1991.

de OLIVEIRA, B. F. **Estudos em meio líquido cristalino como um laboratório para análise cosmológica**. 2006, 63f. Dissertação (Mestrado)- Programa de Pós-Graduação em Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2006.

LANDAU L. e LIFCHITZ E. **Mecânica**, Ed. São Paulo: HEMUS – livraria editora Ltda., 1966.

MUKAI, H.; FERNANDES, P. R. G.; OLIVEIRA, B. F. de and DIAS, G. S., Defect-Antidefect Correlations in a Lyotropic Liquid Crystals from a Cosmological Point of View, **Physical Review E**, 75, p. 061704-1, 2007.

NETO, J. B. **Matemática Para Físicos**. 1. Ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.