



TÓPICOS EM VARIÂNCIA WAVELET

Vinícius Basseto Félix (PIBIC/CNPq/Uem), Eniuce Menezes de Souza (Orientadora), e-mail: eniucemenezes@gmail.com

Universidade Estadual de Maringá / Departamento de Estatística.

Ciências Exatas e da Terra/ Probabilidade e Estatística.

Palavras-chave: Séries Temporais, *Wavelets*, Multiescalas.

Resumo:

Neste projeto foi estudado a análise da variância wavelet (WANOVA) de séries temporais (ST) em multiescalas, a fim de enxergar comportamentos e identificar processos estocásticos específicos ou mesmo localizar as escalas mais explicativas.

Além disso explorou-se uma derivação do uso da variância, a correlação cruzada de *wavelets*, que permite a visualização da inter-relação entre duas ST em diferentes escalas.

Ambas as metodologias foram aplicadas tanto em situações simuladas quanto reais.

Introdução

As *wavelets* vem ganhando força recentemente na Estatística, principalmente em ST, por permitir análises mesmo quando a distribuição de probabilidade muda ao longo do tempo. Diversas teorias, métodos de modelagem e decomposição têm sido construídos para análises estatísticas (NASON, 1999). Nesse projeto o foco foi a investigação do comportamento “global” de séries temporais em multiescala, de modo que fosse possível construir uma WANOVA e identificar escalas em que a variância da série seja melhor explicada, bem como, escalas em que determinados efeitos sejam explicitados. Assim usou-se funções *wavelets* (ψ) com características mais adequadas para algumas aplicações em que se necessita de mais regularidade ou suavidade. Na análise em multiescala da variância *wavelet* para séries temporais, e através de gráficos na escala log-log pode-se interpretar os efeitos em suas escalas características, em que as variâncias são melhor explicadas. A partir do comportamento de mudança das variâncias entre as multiescalas, pode-se identificar o expoente de *Hurst*



para compreender a persistência ou não da série, além de processos tais como de *Markov*, ruído branco, passeio aleatório, dentre outros. Também foi possível expandir a WANOVA, para analisar a inter-relação entre duas ST, considerando, para tanto, a correlação cruzada de *wavelets*, do inglês, *wavelet cross-correlation* (WCC).

Materiais e métodos

Para análise univariada, a variância *wavelet* decompõe a variância de uma ST em componentes associados em diferentes escalas, pois

$$\sum_{j=1}^{\infty} v_X^2(2^{j-1}) = \text{var}(X_t), \quad \text{em que} \quad v_X^2(\tau_j) \equiv \frac{1}{M_j} \sum_{t=L_{j-1}}^{N-1} \bar{W}_{j,t}^2, \quad \text{e} \quad W_{j,k}^{(\psi)} = \sum_{t=0}^{T-1} X_t \psi_{j,k}(t/T),$$

são os coeficientes *wavelets* estimados a partir da transformada *wavelet* não decimada (MODWT), a qual é invariante por translação e mais adequada para ST (PERCIVAL, 2000).

De forma simples, a variância é uma medida de quanto a média ponderada com a amplitude da escala do processo muda de um período de tamanho λ para o próximo.

No caso da análise bivariada, a WCC é usada para expressar a correlação ao longo da escala. Sendo $\{X_t\}$ e $\{Y_t\}$ processos estocásticos, a WCC para uma escala λ igual a 2^{j-1} é definida por

$$\rho_{\tau,XY}(\lambda_j) \equiv \frac{\text{Cov}\{\bar{W}_{j,t}^{(X)}, \bar{W}_{j,t+\tau}^{(Y)}\}}{\left(\text{Var}\{\bar{W}_{j,t}^{(X)}\} \text{Var}\{\bar{W}_{j,t+\tau}^{(Y)}\}\right)^{1/2}} = \frac{\gamma_{\tau,XY}(\lambda_j)}{\nu_X(\lambda_j)\nu_Y(\lambda_j)}.$$

Para simulação e execução das metodologias foi usado o *software Rstudio*, e os *pacotes waveslim, wavemulcor e wmtsa*.

Resultados e Discussão

Para aplicação da WANOVA em dados reais foram usadas ST do índice de cintilação ionosférica (S4) em sinais de satélites GPS no período de 2012 a 2014, coletados na estação da rede CIGALA (*Concept for Ionospheric Scintillation Mitigation for Professional GNSS in Latin America*) na cidade de Presidente Prudente, SP.

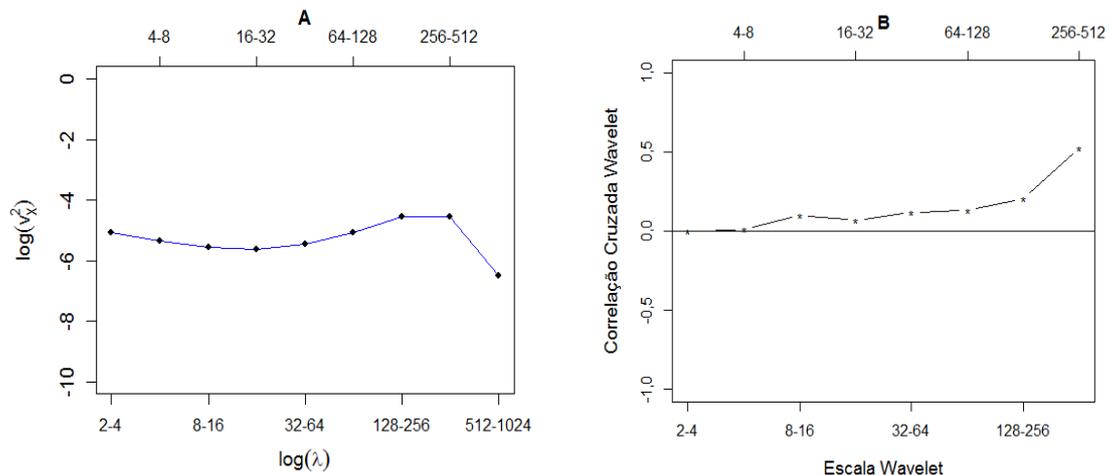


Figura 1 – Variância Wavelet do índice S4 (A) e WCC do índice S4 e os erros de coordenada (B).

Verifica-se na Figura 1(A) que a escala característica é a escala relativa aos efeitos de 256 a 512 dias, o que indica uma periodicidade anual (365) que condiz com o efeito do índice S4, pois está relacionado com a atividade solar, conseqüentemente as estações do ano.

Para dados simulados, simulou-se uma série a partir de processo AR(1), com parâmetro $\alpha = 0,8$, com 20148 observações que serão consideradas como mensais. Usou-se a MODWT, para decomposição em 11 níveis, para remoção dos efeitos de escalas pequenas e intermediárias, gerando respectivamente 2 ST filtradas. Nas Figuras 2(A) e (C), pode-se observar os gráficos destas séries juntamente com a série original simulada. O coeficiente de correlação amostral estimado (CCF) também está apresentado e vê-se que o mesmo é aproximadamente igual para as duas correlações. Já pelas Figuras 2(B) e (D) nota-se a ausência de correlação nas escalas removidas na simulação e a alta correlação nas escalas mantidas. No caso da Figura 2(C) verifica-se que a correlação detectada é a referente às escalas que incluem os efeitos de 16 a 32 meses, enquanto a ausência de correlação nas escalas menores indica que as séries não possuem comportamentos correlacionados que ocorram em uma escala anual ou menor.

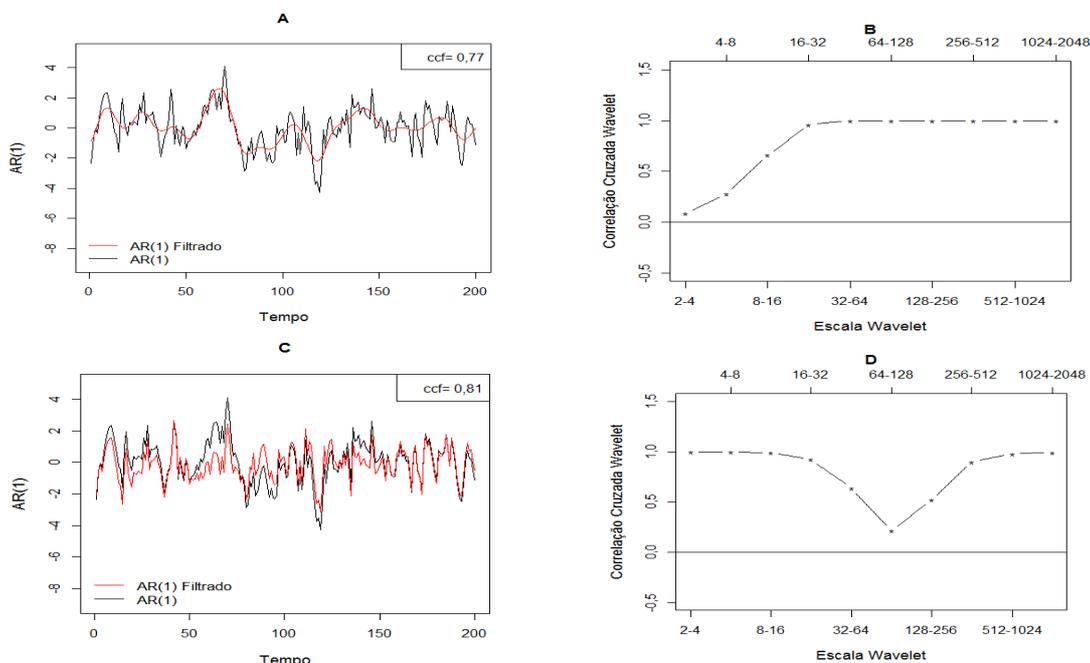


Figura 2 – Processo AR(1) e série com escalas menores filtrada (A) e sua WCC (B). Processo AR(1) e série com escalas intermediárias filtrada (C) e sua WCC (D). As séries estão ilustradas com 200 observações para facilitar visualização.

Conclusões

Nos resultados com dados reais pôde-se verificar que tanto a WANOVA quanto a WCC apresentaram-se promissoras na identificação de escalas características e de correlação, respectivamente.

Os resultados com dados simulados foi possível verificar a eficiência das metodologias abordadas, além de sua grande vantagem em relação ao usual coeficiente de correlação.

As metodologias apresentadas são de grande valia para diversas áreas.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq-FA-UEM, por ter possibilitado e financiado este projeto.

Referências

NASON, G.P. Wavelets in time series analysis. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.*, 357, 2511-2526, 1999.

PERCIVAL, D. B. *Wavelets Methods for Time Series Analysis*. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 594 p.