LEI DE RECIPROCIDADE QUADRÁTICA

Vanessa Juliana da Costa (PIC-UEM), Fernanda Diniz de Melo (Orientadora), e-mail: fdmelo@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá/Departamento de Matemática/Maringá PR.

Ciência Exatas e da Terra/ Matemática/ Álgebra

Palavras-chave: teoria dos números, congruência de segundo grau, números primos.

Resumo

A Lei de Reciprocidade Quadrática foi um dos primeiros resultados profundos da Teoria dos Números. Originalmente, ela foi conjecturada independentemente por Euler e Legendre na primeira metade do século XVIII. Dentro da Teoria dos Números a Lei da Reciprocidade Quadrática está relacionada com a possibilidade de solucionar duas equações quadráticas de congruência simultaneamente: $x^2 \equiv p \ (mod\ q)$ e $y^2 \equiv q \ (mod\ p)$ onde p e q são números primos ímpares.

Introdução

A Teoria dos Números tem por objetivo central estudar as propriedades dos números inteiros e tem por característica os seus problemas de fácil compreensão. Surgiu na Grécia com os pitagóricos, e também se dedicaram a essa teoria outros grandes matemáticos gregos como Euclides, Erastotones e Diofanto. Porém só a partir do século XVII que essa teoria começou a ser “popularizada”, primeiro com Fermat e Mersenne e depois com Goldbach e Euler.

Na tentativa de solucionar problemas, envolvendo números inteiros, aparentemente simples foram produzidos resultados que refletem na própria Álgebra, na Geometria Algébrica e a até mesmo na Análise com o estudo da Teoria Analítica dos Números. Podemos citar o clássico Ultimo Teorema de Fermat o qual afirma que não existem inteiros positivos a, b e c satisfazendo $a^n + b^n = c^n$, esse problema ficou em aberto por 350 anos e foi

solucionado em 1995 por Andrew Wilies que provou usando curvas elípticas e formas modular.

Nesta apresentação iniciaremos com uma introdução sobre a Teoria dos Resíduos Quadráticos apresentando alguns importantes teoremas sobre esta, que serão fundamentais para a demonstração da Lei de Reciprocidade Quadrática. Por fim, exporemos uma demonstração da Lei fazendo uso de argumentação geométrica. Esta demonstração foi apresentada, originalmente, por Eisenstein (1823-1852).

Materiais e métodos

Para realização deste trabalho foram feitas pesquisas bibliográficas, estudos e discussões com a finalidade de compreender e transmitir com clareza os conhecimentos adquiridos, por intermédio de seminários semanais.

Resultados e Discussão

Com esse trabalho foi possível compreender diversas propriedades dos números inteiros positivos. Um dos importantes conceitos estudado foi congruência modular e com esse conceito estudamos números inteiros os quais são resíduos quadráticos módulo *p*, onde *p* é um número primo, ou seja os inteiros *a* para os quais a congruência $x^2 \equiv a \ (mod\ p)$ tem solução, como podemos ver em SANTOS (2000).

Sobre os resíduos quadráticos o principal teorema estudado foi:

Lei da Reciprocidade Quadrática: Se *p* e *q* são primos impares distintos, então duas equações do tipo $x^2 \equiv p \ (mod\ q)$ e $y^2 \equiv q \ (mod\ p)$ são ambas solúveis ou insolúveis.

Conclusões

O fato do problema, de determinar resíduos quadráticos, ser de fácil compreensão pode-se estudá-lo de várias formas distintas, assim pude explorar bastante esse tema estudando as diversas formas de provar a Lei da Reciprocidade Quadrática.

Agradecimentos

Agradeço à minha orientadora pelo seu empenho e dedicação durante todo o desenvolvimento desse trabalho.

Referências

SANTOS, J.P.O. **Introdução à Teoria dos Números.** 2.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2000.