

UMA INTRODUÇÃO AO CÁLCULO VARIACIONAL

Thialine Bianca Job de Souza (PIC-UEM), Josiane Cristina de Oliveira Faria (Orientadora), e-mail: jcofaria@uem.br

Universidade Estadual de Maringá/Departamento de Matemática/Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra – Matemática- Análise

Palavras-chave: Cálculo das Variações, Aplicações Físicas, Fronteiras Fixas.

Resumo:

Este projeto de pesquisa visou à sistematização do conhecimento matemático para o discente do Programa de Educação Tutorial (PET-Matemática/ UEM) com o intuito de estudar o Cálculo das Variações, dando ênfase às aplicações físicas e aos problemas com fronteiras fixas.

Introdução

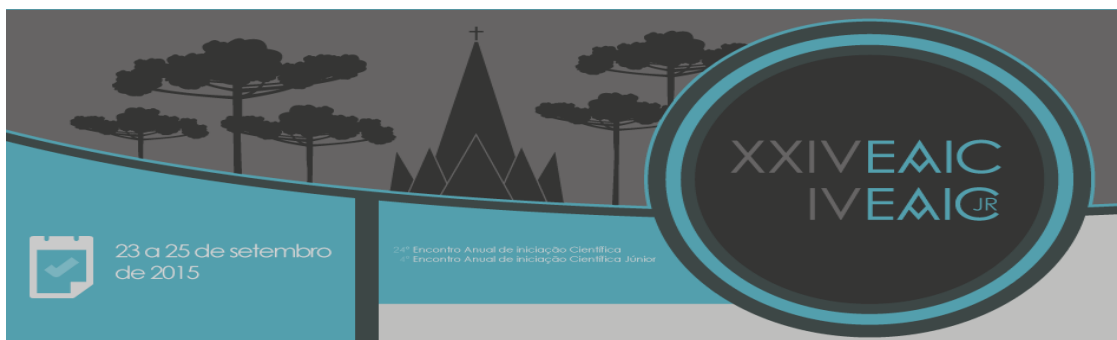
O Cálculo das Variações tem como objetivo desenvolver técnicas matemáticas para encontrar e descrever objetos matemáticos que otimizam uma situação.

Para que os objetivos do projeto fossem cumpridos, foram estudados os conceitos de primeira e segunda variação de um funcional J , no intuito de determinar seus valores máximo e mínimo. A seguir, foi estudado o problema variacional mais simples, onde foi deduzida a Equação de Euler.

No tocante às aplicações, destacamos o estudo das aplicações físicas, onde se encontram o problema da Braquistócrona e a Ótica Geométrica. Finalmente, com o estudo de funcionais mais gerais, foram estudados os problemas isoperimétricos, o problema da corda vibrante e o problema da membrana vibrante. Todos estes conceitos foram abordados sob o ponto de vista analítico, dando sempre ênfase ao rigor matemático.

Materiais e métodos

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste projeto baseou-se no método hipotético-dedutivo, no qual, a partir do estudo individual dos tópicos



relacionados no plano de trabalho, foram realizados vários encontros onde foi apresentada a evolução do trabalho e eventuais dúvidas expostas ao orientador, por intermédio de seminários semanais. As exposições realizadas basearam-se fundamentalmente no texto de Aragon (1980).

Resultados e Discussão

Durante o desenvolvimento deste trabalho foram estudadas condições necessárias para obter extremos de um funcional. Várias equações foram deduzidas com o intuito de auxiliar nesta tarefa, como a Equação de Euler para problemas variacionais mais simples e a Equação de Euler-Poisson, Equação de Euler-Ostrogradski e a Equação de Euler-Lagrange para funcionais mais gerais.

Como aplicação dos resultados obtidos nesta pesquisa, estudamos várias aplicações à física, como superfície mínima de revolução, o problema da Braquistócrona, a Lei da Refração da Luz, conhecida como Lei de Snell, os problemas isoperimétricos, o problema da corda vibrante e o problema da membrana vibrante.

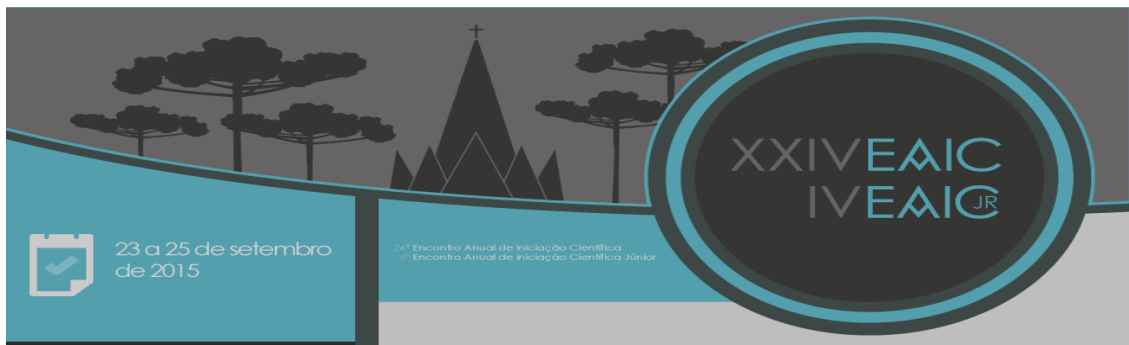
Mais especificamente, mostramos que a curva que une dois pontos A e B , não situados na mesma reta vertical, através da qual uma partícula se desloca de A até B somente sob a ação da gravidade no menor tempo possível é uma cicloide. Foi demonstrado também que, se considerarmos o conjunto P de todas as curvas planas, fechadas e sem autointersecção, e de perímetro fixado L , a curva cuja área da região interna é máxima é uma circunferência, e mais, de raio $\frac{L}{2\pi}$. Por fim, exibimos a equação diferencial que descreve o movimento da corda vibrante e também a equação diferencial que descreve o movimento do problema da membrana vibrante.

Conclusões

O objetivo deste projeto de Iniciação Científica foi o de realizar um estudo inicial e sistemático do Cálculo Variacional, dando enfoque às aplicações físicas, as quais nos permitem ter uma visão mais ampla do que ocorre em ambientes não especificamente matemáticos. Este é um fato importante no contexto do Cálculo das Variações, o qual poderá ser utilizado em estudos futuros.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos à orientadora deste projeto, pela atenção e paciência que teve no decorrer do mesmo.



Referências

ARAGON, F. F. **Cálculo Variacional e Aplicações**. 1980. Dissertação (Mestrado)– Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1980.