GRUPO FUNDAMENTAL

Estela Garcia (PIBIC/CNPq/Uem), Ryuichi Fukuoka (Orientador), e-mail: ryuichifukuoka1@gmail.com.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Matemática / Topologia.

Palavras-chave: topologia algébrica, homotopia, grupo fundamental.

Resumo:

Dizemos que dois espaços são homeomorfos se eles são equivalentes do ponto de vista topológico.
Invariantes topológicos são propriedades compartilhadas por espaços homeomorfos. São exemplos de invariantes topológicos: a compacidade, conexidade, conexidade por caminhos, a propriedade do ponto fixo e o grupo fundamental.
Para provarmos que dois espaços não são homeomorfos, é inviável mostrarmos diretamente que não existe função contínua entre tais espaços com inversa contínua. Por isso, usamos os invariantes como ferramenta, uma vez que se dois espaços não possuem os mesmos invariantes, então eles não podem ser homeomorfos.
O conceito de grupo fundamental se deve ao francês Henri Poincaré (1854-1912), tido como o último matemático que contribuiu para o progresso de todos os ramos da matemática.

Introdução

Inicialmente estudamos as homotopias, um conceito indispensável para definirmos o grupo fundamental. A homotopia formaliza a ideia de deformação contínua de funções contínuas. Duas funções são homotópicas se uma pode ser deformada na outra. A relação de uma função ser homotópica a outra é uma relação de equivalência.
As classes de homotopia de caminhos fechados em um ponto x_0 em X determinam o grupo fundamental do espaço topológico X em relação ao ponto escolhido. No caso de espaços conexos por caminhos, o grupo fundamental independe do ponto fixado. A operação deste grupo é definida

como a concatenação entre os caminhos fechados, o que está bem definido, uma vez que os caminhos possuem as mesmas extremidades.
Em seguida calculamos o grupo fundamental de alguns espaços clássicos.

Materiais e métodos

Pesquisa bibliográfica e apresentação oral.

Resultados e Discussão

Um espaço topológico clássico é o círculo S^1, o qual possui grupo fundamental isomorfo ao grupo aditivo dos inteiros (LIMA, 2012). A partir deste cálculo podemos concluir, por exemplo, que S^1 não é homeomorfo ao intervalo [0,1], uma vez que o grupo fundamental do [0,1] é trivial. Temos também que $S^1 x S^1$ não é homeomorfo a S^2, pois o grupo fundamental de um espaço produto é equivalente ao produto dos grupos fundamentais, enquanto que S^2 possui grupo fundamental trivial.

Conclusões

Neste estudo vimos diversos resultados interessantes e importantes sobre o grupo fundamental, os quais são úteis em topologia. Pretendemos com esta apresentação despertar o interesse do público em relação ao tema.

Agradecimentos

Ao CNPq, pela bolsa concedida através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Pesquisa (PIBIC), e ao professor orientador Ryuichi Fukuoka, por toda a dedicação neste projeto.

Referências

LIMA, E, L. **Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento.** 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.