



## UTILIZAÇÃO DO TEOREMA DA DIVERGÊNCIA DE GAUSS NA DETERMINAÇÃO DO NÚCLEO CENTRAL DE INÉRCIA DE UMA SEÇÃO TRANSVERSAL QUALQUER

Lui Cesar Iwamoto (PIC/CNPq/UEM), Wilson Wesley Wutzow (Orientador),  
e-mail: [wwwutzow@uem.br](mailto:wwwutzow@uem.br)

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Tecnologia, PR

**Área: Engenharia Civil. Subárea: Estruturas**

**Palavras-chave:** Propriedades geométricas, Núcleo Central de Inércia, Integral de Contorno

**Resumo:** O núcleo central de inércia de uma seção transversal é a área em que, em qualquer ponto dela que seja aplicado uma carga, uma tensão no mesmo sentido da carga agirá em toda a seção transversal e que se aplicado fora, haverá uma tensão do sinal contrário. Ou seja, uma tração aplicada dentro do núcleo só apresentará tensão de tração e por outro lado, uma compressão aplicada dentro do núcleo só apresentará tensão de compressão. O núcleo central de uma seção é um antigo conceito para engenheiros civis e mecânicos, sendo que o problema foi primeiramente introduzido pelo engenheiro francês M. Bresse em (Bresse, 1854). O objetivo deste trabalho é desenvolver e utilizar um programa computacional para cálculo das propriedades de uma seção transversal qualquer de um elemento prismático incluindo a determinação do núcleo central de inércia. Com a finalidade de analisar o núcleo central de inercia de uma seção transversal geral empregou-se um método iterativo onde, através das equações integrais de contorno pode-se determinar o formato do núcleo de uma seção geral. As seções são quaisquer polígonos que representam uma região fechada. Os resultados obtidos mostraram uma maneira prática e geral de obter o núcleo desejado para qualquer seção transversal.

**Introdução**



A engenharia é algo que sempre esteve presente no dia a dia da humanidade e algo que veio se aperfeiçoando através do tempo. Cada vez mais, novas descobertas, teoremas e conceitos são formulados a fim de facilitar certas tarefas e melhorar a comunidade e vida das pessoas ali presentes. Sempre essas invenções consistem em explorar conceitos básicos da mecânica para desenvolver essas ferramentas.

Alguns fatores que aceleraram o processo de criação e formulação de tais invenções e teoremas incluem o fator financeiro, tempo, produtividade e segurança, sendo que, na visão atual, são considerados os parâmetros básicos para, atualmente, se alcançar um estado melhor, como economizar recursos humanos, naturais e financeiros nos projetos de engenharia, entregando mais rapidamente ao cliente e garantindo a segurança e estabilidade proporcionada pelo projeto.

Alguns anos atrás, o uso de programas computacionais não era comum, sendo que todos os trabalhos, cálculos e projetos eram recriados na mão ou através de simulações realizados em laboratórios. Com a chegada deles, rapidamente foram introduzidas, não somente na engenharia, mas em praticamente em todos os serviços pela facilidade de organização e agilidade nos afazeres.

Assim, devido a facilidade do uso e bons resultados, o presente projeto de iniciação científica teve como objetivo geral o desenvolvimento e utilização de um programa computacional para cálculos das propriedades geométricas da seção transversal de elementos prismáticos quaisquer. Além disso, o núcleo central de inércia pode ser visualmente observado, assim como seus pontos, elementos e dimensões que o compõem.

## **Materiais e métodos**

Desenvolveu-se um programa computacional em linguagem pascal para determinação das propriedades geométricas de uma seção transversal qualquer. A fim de generalizar o programa para qualquer seção se utilizou o teorema da divergência de Gauss para se transformar as integrais de área no domínio em integrais de área no contorno da seção transversal. Para calcular o núcleo central de inércia foi necessário implementar um algoritmo iterativo onde a partir do núcleo para um incremento de 5 em 5 graus calcula-se a maior distância em que se aplicando uma carga em um determinado sentido obtém-se tensões ao longo de toda a seção transversal de mesmo sentido. O programa desenvolvido ainda gera listagens e figuras que descrevem respectivamente as propriedades geométricas e o núcleo central de inércia.



## Resultados e Discussão

Após o desenvolvimento do programa computacional utilizando-se as integrais de contorno deduzidas com o teorema da divergência de Gauss, podem utiliza-lo e obter os resultados indicando o núcleo central de inércia e as demais propriedades geométricas das seções transversais, como mostra a figura 01.

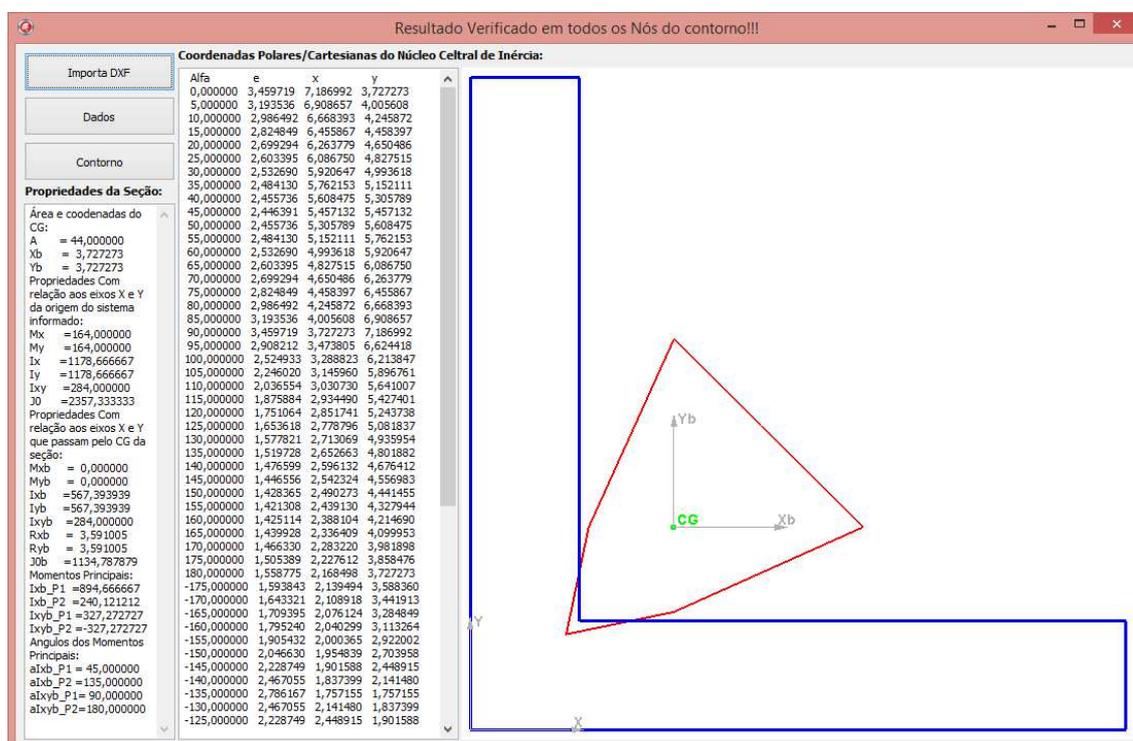


Figura 01 – Programa desenvolvido contendo informações do núcleo central de inércia e demais propriedades geométricas da seção transversal.

## Conclusões

Esse projeto teve como finalidade o desenvolvimento de um programa em linguagem “object pascal”, para a determinação das propriedades geométricas das seções transversais de elementos prismáticos empregando para isso o método das integrais de contorno.

Os objetivos deste projeto foram alcançados, os resultados apresentados são compatíveis com os resultados apresentados na literatura. Como se pode observar ao comparar os resultados com os trabalhos de (Mofid & Yavari, 2000) e diversos livros de Mecânica e Resistência dos materiais.



O método das integrais de contorno propicia versatilidade, precisão e facilidade de implementação.

Diversas melhorias podem ainda ser implementadas em trabalhos futuros, como a inserção de entrada de dados gráfica através de um ambiente CAD, a melhoria da interface de visualização dos resultados.

O programa se mostrou uma ferramenta didática importante no auxílio dos alunos de disciplinas como Estática das estruturas, Mecânica dos Sólidos, e outras.

### **Agradecimentos**

Ao professor orientador Dr. Wilson Wesley Wutzow pela oportunidade, paciência e persistência em me ajudar a concluir este trabalho, que não seria possível sem ele.

### **Referências**

MOFID, M. & Yavari, A. On the kern of a general cross section. **International Journal of Solids and Structures**, pp. 2377-2403, 2000.

BRESSE, M., 1854. **Recherches analytiques sur la flexion et la resistance des pieces courbes**. Paris: L'Écoule Imperiaux Polytechnique et des Ponts et Chaussées.