OTIMIZAÇÃO UNIMIDIMENSIONAL COM SPLINES CÚBICOS

Gustavo Tadao Iamada e Renan Willian Prado (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Francisco Nogueira Calmon Sobral (Orientador), e-mail: fncsobral@uem.br

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Matemática/ Matemática aplicada

Palavras-chave: Otimização sem derivadas, otimização restrita, splines cúbicos.

Resumo

Splines cúbicos são ferramentas utilizadas na interpolação polinomial de dados associados a uma função unidimensional. Destacam-se pela sua simplicidade, suavidade e capacidade de aproximar bem a função original. Embora comumente utilizadas para aproximar funções desconhecidas, as técnicas de interpolação polinomial são reconhecidamente eficientes para a modelagem de funções conhecidas. Tais modelos são utilizados em diversos algoritmos de otimização sem derivadas, nos quais a função (geralmente com um alto grau de complexidade) é aproximada por um polinômio, para o qual existem métodos eficientes de otimização. Neste projeto, desenvolvemos um algoritmo para encontrar pontos estacionários de funções com 1 variável sem que a informação da sua derivada seja usada. Além do desenvolvimento e implementação do algoritmo, suas propriedades teóricas foram estudadas e resultados numéricos com problemas selecionados foram apresentados.

Introdução

Em programação não linear, se está interessado em minimizar uma função qualquer de varias variáveis. No entanto, estamos interessados somente em minimizar uma função real definida em um intervalo real. Até mesmo esse problema não é tão simples sem grandes hipóteses sobre a função, mas encontrar um ponto crítico, que é uma condição necessária para que um

número real seja mínimo de uma função, é muito mais simples. Por isso, o esforço é voltado em encontrar um ponto crítico de uma função.
Encontrar o ponto crítico de uma função sem o conhecimento das derivadas de qualquer ordem, a interpolação se faz fundamental, pois visa modelar a função original por uma função de pequeno custo computacional. Nesse sentido, splines cúbicos são interessantes, pois na sua construção não é exigido o conhecimento das derivadas e captura a inclinação e a curvatura da função que esta sendo interpolada, RUGGIERO, 1997.

Revisão de literatura

Por meio do estudo das propriedades dos splines fixados vistos em HALL; MEYER, 1976, da construção do spline fixado, visto em BURDEN, 2008, e das propriedades da secção áurea, visto em FERNANDES, 2010, desenvolveremos um algoritmo para encontrar pontos estacionários de funções com 1 variável sem que a informação da sua derivada seja usada explicitamente. A secção áurea, visto em FERNANDES, 2010, tem a propriedade de minimizar uma função unidimensional sem que seja conhecida a derivada da função e, por razão, temos como modelo de algoritmo a secção áurea. Utilizamos a linguagem de programação Julia para implementar o algoritmo desenvolvido e fazer os testes computacionais. Os testes computacionais foram feitos com funções com características peculiares e foram tabelados.

Resultados e Discussão

Estudamos a teoria do erro do spline fixado encontradas em HALL; MEYER, 1976, a construção do spline fixado visto em BURDEN, 2008 e esses resultados foram utilizados na construção do algoritmo. Foram criados dois algoritmos, um deles se chama primeiro algoritmo e o segundo V-Spline.
Os resultados obtidos para o primeiro algoritmo descrevem suas propriedades, por exemplo, a convergência das sequências geradas, convergência das sequências geradas para ponto crítico e propriedades de intervalos encaixados das sequências geradas. Além disso, foram testados 27 exemplos com 11 funções a fim de confirmar os resultados teóricos obtidos.
Referente ao algoritmo V-Spline, foram obtidos alguns resultados preliminares a repeito do comportamento esperado do algoritmo.

Conclusões

Desenvolvemos um algoritmo que gera sequências convergentes para pontos críticos de uma função sem o uso de derivadas. Os resultados teóricos da convergência foram confirmados nos testes computacionais. Entretanto, os testes não confirmaram a esperança que o método necessitaria de menos avaliações de funções que o método da secção áurea, veja FERNANDES, 2010, a fim de atingir satisfatoriamente o ponto crítico da função. Por essa razão, é necessário fazer mudanças no algoritmo proposto para fazer menos avaliações da função.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pela bolsa de número de processo CNPq: 1270/2015 oferecida ora ao bolsista Renan Willian Prado ora ao bolsista Gustavo Tadao Iamada.

Referências

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Analise numérica – Tradução da 8ª Edição norte-americana.** 1.ed. São Paulo: Cencage Learning, 2008.

FERNANDES ,F. M. **Velocidade de convergência de métodos de otimização irrestrita**. 2010. 43p. Trabalho de conclusão de curso - Departamento de Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

HALL, C. A; MEYER, W. W. Optimal error bounds for cubic spline interpolation. **Journal of Approximation Theory**, 16(2):105--122, 1976.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L da R. **Calculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**.2.ed.São Paulo: Makron Books do Brasil, 1997.