EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO INTRODUTÓRIO

Joyce Dias Muraroto (PIC-UEM), Josiane Cristina de Oliveira Faria (Orientadora), e-mail: jcofaria@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Departamento de Matemática / Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra- Matemática- Análise.

Palavras-chave: Teorema Fundamental do Cálculo, Equações Diferenciais Ordinárias, Aplicações.

Resumo:

O projeto visa introduzir elementos da teoria das equações diferenciais, com ênfase à solução de problemas cotidianos/ científicos por intermédio da modelagem matemática. Será estudada uma introdução à teoria das equações diferenciais ordinárias, bem como algumas aplicações nos campos das Ciências Exatas, Humanas e Biológicas. Os tópicos em questão serão abordados sob o ponto de vista analítico, dando ênfase ao rigor matemático.

Introdução:

As equações diferenciais aparecem na formulação de muitos modelos matemáticos da natureza que descrevem processos físicos ou relações que envolvem a taxa segundo a qual os fenômenos acontecem. O estudo de tais equações iniciou-se no século XVII com Newton e Leibniz, para resolução de problemas básicos da mecânica, e com o passar dos séculos muitos matemáticos passaram a trabalhar com esta teoria, buscando e propondo soluções de problemas notáveis de sua época, como os irmãos Bernoulli que resolveram o famoso problema da braquistócrona, o qual é um problema clássico do Cálculo das Variações. Hoje, a teoria das equações diferenciais não lineares é estudada por muitos pesquisadores da comunidade científica internacional, tanto do ponto de vista quantitativo, através da criação e

utilização de técnicas modernas para a determinação de existência e unicidade de soluções de equações diferenciais, quanto do ponto de vista qualitativo, estudando propriedades relevantes de soluções. Busca-se, assim, o aprimoramento da técnica e a otimização dos resultados obtidos e/ou existentes, com vistas à aplicabilidade em situações provenientes de nosso cotidiano que são modeladas por tais equações.

Materiais e métodos:

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste projeto baseia-se no método hipotético-dedutivo o qual, a partir do estudo individual dos tópicos relacionados neste plano de trabalho, foi realizado encontros semanais onde foi apresentada a evolução do trabalho e algumas dúvidas que surgiram nesse período. Os tópicos estudados foram baseados principalmente no texto de Figueiredo e Neves (2015), e como material complementar utilizamos os textos de Lima (2016) e Guidorizzi (2001).

Resultados e Discussão.

Durante o desenvolvimento do trabalho, foram revisados alguns conceitos, como o de derivada, integral e o Teorema Fundamental do Cálculo, além da introdução de novos conceitos, como o das equações diferenciais ordinárias (EDO's) de primeira ordem e equações separáveis. Foi possível, em grande parte do tempo, relacionar a Matemática teórica com o mundo real, considerando várias aplicações das equações diferenciais, principalmente na física. Partindo desse pressuposto, obtemos resultados interessantes ao analisarmos uma corda, enrolada em um poste, que sustenta um objeto. Inicialmente analisamos as forças atuantes, bem como a tensão, o atrito, e os ângulos considerados, chegamos duas relações entre as forças envolvidas através das quais obtemos uma equação diferencial ordinária que modela o problema. Considerando resultados gerais de equações diferenciais, sabemos que a solução da EDO obtida é da forma $T(\theta) = c.e^{-\mu\theta}$. Usando um problema de valor inicial, onde $T(0) = T_o$, obtemos $T(\theta) = T_o e^{-\mu\theta}$, chegando assim à expressão que permite o cálculo da tensão na extremidade, de modo a manter-se o equilíbrio.

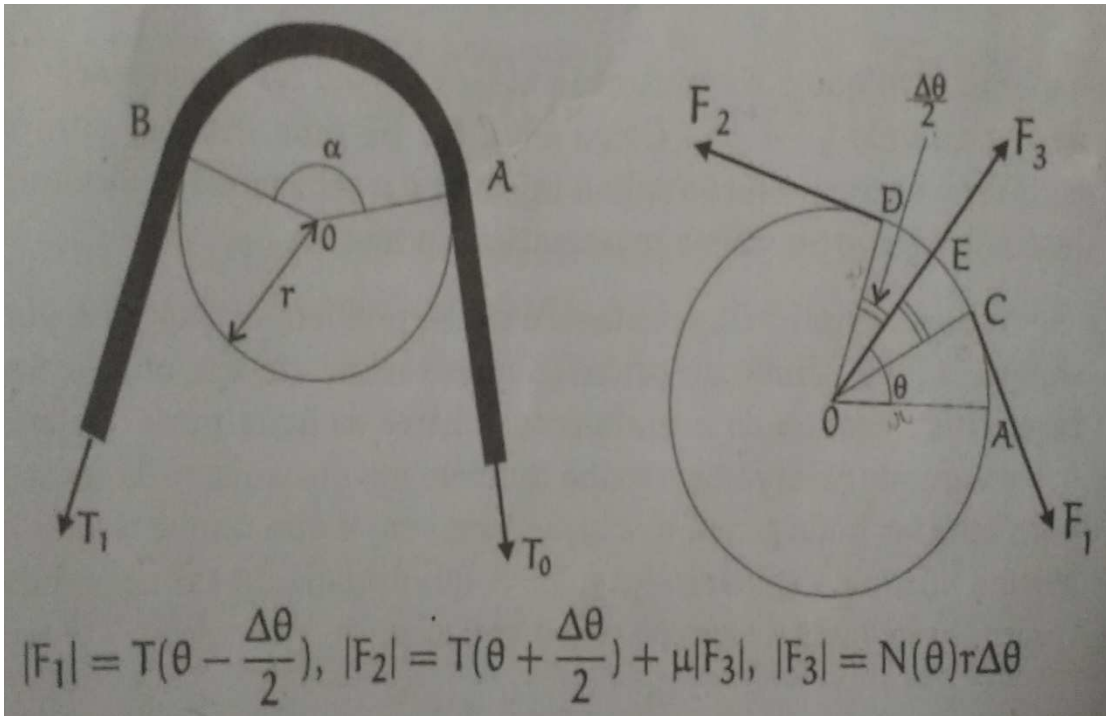

Figura 1: Corda enrolada em um poste sustentando um objeto (Fonte: FIGUEIREDO & NEVES (2015)).

Conclusões:

O objetivo deste projeto de Iniciação Científica foi o de realizar um estudo inicial e sistemático de Equações Diferenciais, com enfoque, nas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem e nas aplicações, as quais nos permitem ter uma visão mais ampla do que ocorre em ambientes não especificamente matemáticos. Os resultados obtidos servirão de base para estudos futuros.

Agradecimentos:

Agradeço a Universidade Estadual de Maringá por proporcionar toda a estrutura que permitiu a realização deste projeto de iniciação científica PIC.

Referências:

FIGUEIREDO, Djairo Guedes; NEVES, Aloisio Freiria. **Equações Diferenciais Aplicadas.** 3. ed. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, IMPA, (Coleção Matemática Universitária), 2015.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo,** Volume 1. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001.

LIMA, Elon Lages. **Análise Real:** Funções de Uma Variável. 12. ed. Rio de Janeiro: Impa, 2016.