



## ALGUMAS DESIGUALDADES NA ANÁLISE

Maicon Sartori Hespanha (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Rodrigo Martins (Orientador), e-mail: [rmartins25@yahoo.com.br](mailto:rmartins25@yahoo.com.br).

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

### Ciências Exatas e da Terra-Matemática

**Palavras-chave:** Desigualdades, Discretas, Contínuas.

### Resumo:

Desigualdades como de Holder, Minkowski, de Cauchy entre outras são ferramentas muito poderosas em matemática, capaz de resolver uma ampla gama de problemas de dificuldades muito variável. Este projeto tem por finalidade conhecer algumas destas ferramentas

### Introdução

Estima-se que o estudo das desigualdades tenha seu início no século IV a.C. com a desigualdade triangular, enunciada no livro I de Os Elementos de Euclides e em seguida com o estudo de otimização para cálculos com figura geométricas. Um dos problemas intrigantes na história da matemática foi o de encontrar valores de máximos e mínimos para áreas de regiões planas ou espaciais, tais problemas podem ser resolvidos através de desigualdades. Motivados por isso, a ideia principal deste trabalho é estudar ferramentas importantes da matemática que têm aplicações nos mais diversos campos de estudo.

### Materiais e métodos

Os materiais utilizados foram livros, dissertações de mestrado, que estão citados na bibliografia. A metodologia deste projeto de iniciação seguiu os padrões da pesquisa em matemática, isto é, a estudante realizou pesquisas bibliográficas sobre o assunto abordado, selecionou os materiais relevantes,





elaborou estudos individuais e discutiu com o orientador e outros pesquisadores em seminários semanais apresentados pelo mesmo.

## Resultados e Discussão

Este trabalho consiste em um estudo de desigualdades na análise matemática, onde apresentamos e demonstramos resultados de desigualdades numéricas. O texto foi dividido em dois tipos de desigualdades, a primeira parte contendo as desigualdades numéricas discretas, donde temos a relação entre as médias Aritmética e Geométrica, a desigualdade de Bernoulli e a desigualdade de Jensen. Na segunda parte, foram discutidas as desigualdades contínuas, dentre elas, as desigualdades de Cauchy, Young, Holder, Minkowski entre outras. A maioria delas carrega o nome do matemático que às estudou, com isso, o trabalho também traz uma pequena abordagem histórica sobre cada um deles. Dentre todas as desigualdades estudadas, destacamos as desigualdades de Young, Holder e de Minkowski. A primeira, afirma que dados  $p$  e  $q$  números reais positivos tais que  $p^{-1} + q^{-1} = 1$  e  $a, b$  números reais positivos vale

$$ab \leq a^p \cdot b^q.$$

A segunda nos garante que dados  $p > 1$  e  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ , números reais não negativos vale:

$$(a_1^p + \dots + a_n^p)^{1/p} (b_1^q + \dots + b_n^q)^{1/q} \geq a_1 b_1 + \dots + a_n b_n.$$

Por fim, a última nos garante que dados  $p > 1$  e  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ , números reais não negativos então

$$(a_1^p + \dots + a_n^p)^{1/p} + (b_1^p + \dots + b_n^p)^{1/p} \geq [(a_1 + b_1)^p + \dots + (a_n + b_n)^p]^{1/p}$$

No estudo de análise funcional, podemos utilizar essas três desigualdades descritas acima para garantir que o conjunto  $P$  onde cada elemento é uma sequência  $(x_n)$  de números reais ou complexos tais que  $|x_1|^p + \dots + |x_n|^p$  converge com a métrica definida por

$$d(x, y) = (|x_1 - y_1|^p + \dots + |x_n - y_n|^p)^{1/p}$$





é um espaço métrico. Outra desigualdade muito importante é a desigualdade triangular, enunciada no início do século IV a.C. que diz que um lado de um triângulo é sempre menor que a soma dos outros dois. Este conceito é tão importante que é uma das condições necessárias para se definir uma métrica, o que nos mostra o quão amplo é o campo de aplicações destas ferramentas matemáticas.

## Conclusão

Com este trabalho podemos concluir que as desigualdades são ferramentas muito importantes, não só por suas sutilezas e seu valor histórico, mas também pelas suas mais diversas aplicações, ora podendo resolver um problema de otimização de áreas, ora servindo para alcançar teoremas significativos em uma teoria. O objetivo de introduzir o estudante a pesquisa foi concluído com sucesso, propiciando a aprendizagem de conceitos básicos principais, métodos e aplicações na análise matemática, podendo assim, dar-se continuidade no estudo de topologia e análise matemática em projetos futuros.

## Agradecimentos

Agradecemos a UEM e ao CNPQ pelo apoio financeiro concedido.

## Referências

DEPARTAMENTO de matemática. **Boletim de Iniciação Científica em Matemática-BICMat**. Volume 1, ICGE-UNESP-Rio Claro, 1998.

DA SILVA, E. S. **Problemas de Máximos e Mínimos e Desigualdades Geométricas**. 2013. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza-Ceará, 2013.

JERÔNIMO, J. R, FRANCO, V. S. **Geometria Plana e Espacial: Um Estudo Axiomático**. 2 ed, Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010.

