

ESTUDO DE TÓPICOS DA RELATIVIDADE GERAL E CRISTAIS LÍQUIDOS– ANO 1

Carolina Paz Barateiro Vignoto (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Breno Ferraz de Oliveira (Co-orientador), Hatsumi Mukai (Orientadora), e-mail: hmukai@dfi.com.br

Universidade Estadual de Maringá/ Centro de Ciências Exatas/ Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra, Física.

Palavras-chave: relatividade, cristais líquidos, métodos numéricos

Resumo:

O presente trabalho apresenta os principais resultados do estudo realizado no projeto de IC envolvendo alguns tópicos de relatividade e um breve estudo quanto a teoria líquida cristalina. Foram revistos conceitos de relatividade restrita e geral, assim como as suas consequências. Em seguida, introduzida alguns conceitos importantes da teoria de cristais líquidos e uma revisão sobre métodos numéricos com aplicações simples em linguagem C. Todo esse estudo tem o objetivo de avançar no paralelismo entre a Cosmologia e os Cristais Líquidos.

Introdução

Neste primeiro ano de projeto dividimos o foco do nosso trabalho em três etapas. De grande interesse entre os acadêmicos de Física, a primeira parte do trabalho foi dedicada a uma revisão sobre as teorias da relatividade restrita e geral. Ainda, estudamos algumas consequências de tais teorias como a deflexão da luz e as ondas gravitacionais. A segunda parte do projeto foi dedicada a teoria líquida cristalina. Estudos propondo analogias entre Cosmologia e Cristais Líquidos vem ganhando espaço no mundo da pesquisa (MUKAI, 2007). Este estudo pode ser feito experimentalmente ou numericamente por meio da análise de formação dos defeitos topológicos nos cristais líquidos. Alguns destes defeitos supõem-se ter existido também no Universo Primordial. Assim, foi estudado a teoria líquido cristalina a fim de compor uma base sólida à bolsista sobre a teoria desta e os seus defeitos (tanto os obtidos experimentalmente, como futuramente os gerados por método numérico). A terceira e última parte foi reservada ao estudo de métodos matemáticos como Método de Euler e Método de Runge-Kutta (segunda e quarta ordem). Aplicamos esses métodos matemáticos em problemas relativamente simples, como o movimento de uma partícula sobre o campo gravitacional da Terra, para exemplificar e entender como estes funcionam. Essas aplicações foram feitas utilizando a linguagem C de programação.

Materiais e métodos

Os materiais utilizados foram livros, dissertações de mestrado, monografias de TCC, teses de doutorados e relatórios de IC, que estão em parte citados na bibliografia apresentada. Além disso foi utilizado *softwares*, como Gnuplot e programação realizada em linguagem C. Na pesquisa bibliográfica fez parte da metodologia para esclarecer o tema, e além disso, foi adotado o estudo individual dos tópicos, onde estes foram apresentados em reuniões periódicas com os orientadores, e a participação em seminários do grupo de estudo dos orientadores.

Resultados e Discussão

Desde que foram propostas por Einstein, as teorias da relatividade restrita e geral, chamam bastante atenção no meio acadêmico. Para estudar sobre a relatividade, demos início revisando alguns conceitos matemáticos sobre Álgebra Tensorial. Na sequência, começamos o estudo sobre relatividade por meio da relatividade restrita (ou especial). Dentro desse estudo, trabalhamos com dois conceitos novos introduzidos por Einstein. O primeiro nos diz que as leis da Física devem possuir a mesma forma em todos os referenciais inerciais, e o segundo informa que a velocidade da luz possui um único valor em todos os referenciais inerciais. Assim, estudamos como esses dois postulados se encaixavam dentro da mecânica clássica e quais suas consequências. Entre as principais consequências estão a dilatação do tempo e contração do comprimento, que podem ser explicadas matematicamente pelas transformações de Lorentz. Ainda vimos como funciona o momento e a energia na relatividade restrita. Na sequência estudamos alguns tópicos de relatividade geral. Por sugestão de uma das bibliografias adotadas (D' INVERNO, 1992), seguimos alguns princípios que levaram Einstein na formulação desta teoria. Começamos pelo princípio de Mach, seguindo pelo de Equivalência, princípio geral da Covariância e o da Correspondência. O resultado deste estudo foi obter as equações de campo de Einstein:

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G'}{c^4} T^{\mu\nu}$$

onde G' é a constante gravitacional de Newton. Esta equação representa a relação da Geometria (gravidade) lado esquerdo com a Matéria (representada pelo tensor Momento-Energia) do lado direito. Ainda, estudamos algumas previsões da teoria da relatividade geral como, a dilatação do tempo, a deflexão da luz, o problema da precessão do periélio de Mercúrio e as recém descobertas, ondas gravitacionais.

Depois desta revisão sobre as relatividades restrita e geral, iniciamos o estudo sobre a teoria líquido-cristalina (DE OLIVEIRA, 2012). Focamos o estudo de cristais líquidos na descrição da transição de fase nemática-isotrópica (N-I). Apresentamos os pontos mais importantes que caracterizam a mesofase nemática, como ter uma tendência de alinhamento em suas

moléculas/micelas, representada por um vetor diretor \vec{n} . Após isso definimos o parâmetro de ordem que descreve o quanto as moléculas/micelas estão alinhadas com uma direção preferencial. Definimos tanto o parâmetro de ordem escalar (S) quanto o parâmetro de ordem tensorial (Q_{ij}). Posteriormente, estudamos como é definida a densidade de energia livre considerando o modelo de Landau-de Gennes (F_{LDG}) para descrever essa transição de fase (N-I). Essa densidade é dada em função do parâmetro de ordem tensorial, que quando considerado o ordenamento uniaxial pode ser escrita em termos do parâmetro de ordem escalar (S). Após isso, vimos a densidade de energia elástica (F_{el}), que é a energia dada quando o vetor diretor sofre alguma variação espacial. O último tópico estudado nesse projeto sobre a teoria líquida cristalina foi a dinâmica do parâmetro de ordem (Q_{ij}) que depende do vetor posição e do tempo. Dada uma condição inicial podemos encontrar uma configuração que minimize a energia total do sistema (F_T). A energia total do sistema é definida como a integral da soma de todas as densidades de energia que definimos ao caracterizar uma amostra de cristal líquido (densidade de energia de Landau-de Gennes, elástica, relacionada a um campo, de ancoramento). Neste trabalho, utilizamos somente as densidades de energia de Landau-de Gennes e elástica. A equação que descreve a dinâmica do sistema é chamada, equação de de Beris-Edwards, que no nosso caso (ausência de fluxos hidrodinâmicos) é utilizada como sendo:

$$\mu_1 \frac{\partial Q_{ij}}{\partial t} = -\Gamma_{ijkl} \frac{\delta F_T}{\delta Q_{kl}}$$

onde $\mu_1 = \gamma_1 / (S_{eq})^2$ (γ_1 é o coeficiente de difusão rotacional utilizado de forma a manter a orientação do vetor diretor), e S_{eq} é o parâmetro de ordem em equilíbrio termodinâmico), e $\Gamma_{ijkl} = [(1/2)\delta_{ik}\delta_{jl} + (1/2)\delta_{il}\delta_{jk} - (1/3)\delta_{ij}\delta_{kl}]$.

A última parte do projeto foi estudar alguns métodos numéricos (RUGGIERO, M. A. G. and LOPES, 1996) para que no futuro possa ser dada a continuação no estudo de cristais líquidos em analogia com a Cosmologia. Estudamos somente métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais. Iniciamos este fazendo uma breve revisão das classificações dos tipos de equações diferenciais e depois vimos os três principais tipos de métodos que podemos utilizar para resolvê-las. Abordados primeiramente as partes teóricas, do Método de Euler, Método de Runge-Kutta de segunda ordem e do Método de Runge-Kutta de quarta ordem. Por fim, apresentamos um exemplo de cada método aplicado. Lembrando que para trabalhar com os métodos utilizamos programação em linguagem C e a plataforma do Gnuplot para a confecção de gráficos, com um computador portando o sistema operacional Linux.

Conclusões

Abordamos tópicos de três áreas do conhecimento: relatividade, cristal líquido e métodos numéricos. O conhecimento adquirido dessas três grandes áreas, teve como objetivo embasar a bolsista para dar continuidade

nos estudos que buscam analogias entre os sistemas de cristais líquidos e a cosmologia, bem como para a formação complementar da bolsista rumo a uma pós-graduação. Uma das vertentes a ser seguida será utilizar os métodos numéricos para entender como funciona uma modelagem matemática deste tipo envolvendo cristais líquidos, para que depois possamos interligar este à cosmologia.

Agradecimentos

Agradecemos à UEM e ao CNPQ pelo apoio financeiro concedido; INCT/FCx - CNPq.

Referências

MUKAI, H., FERNANDES, P., DE OLIVEIRA, B. F., DIAS, G. S. Defect-Antidefect correlations in a lyotropic liquid crystals from a Cosmological point of view. **Physical Review E – Statistical Physics, Plasmas, Fluids and Related Interdisciplinary Topics**, v. 75, p. 061704 – 6, 2007.

D' INVERNO, R. **Introducing Einstein's Relativity**. Clarendon Press. Oxford, 1992.

DE OLIVEIRA, B. F. **Estudos numéricos da formação e dinâmica de defeitos topológicos em cristais líquidos nemáticos**. 2012. 126f. Tese, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, 2012.

RUGGIERO, M. A. G. and LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2.ed. Pearson Makron Books, 1996.