ESTUDO DOS EFEITOS DA INTERAÇÃO DA LUZ COM A MATÉRIA

Eduardo Victor Bergmann (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Luis Carlos Malacarne (Orientador), e-mail: eduardobergmann1@hotmail.com.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas e da Terra/Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra: Física

Palavras-chave: processos de difusão, transformadas integrais, termoelasticidade

Resumo:

Este trabalho desenvolve as soluções para as equações de difusão para condição inicial e de contorno variadas. Estas equações são usadas em aplicações de estudos relacionados tanto ao transporte de matéria, como a concentração de um material sendo espalhado com o tempo, quanto ao transporte de energia, como a difusão de calor em um material. Para isso consideramos a lei de Fick e a equação de continuidade, além de métodos matemáticos utilizados para obter a solução do problema. Estas equações são de interesse em aplicações de técnicas fototérmicas utilizadas no estudo de propriedades físicas de materiais e propriedades de interação da luz com a matéria.

Introdução

As equações de difusão são de suma importância em áreas relacionadas a um gradiente de espalhamento, como aquecimento ou transporte de matéria em meios fora de equilíbrio. A equação de difusão é obtida a partir da lei de Fick:

$$\vec{j} = -D(\phi)\nabla\phi(\vec{r},t), \tag{1.1}$$

na qual D é o coeficiente de difusão,Φ é a concentração e j a densidade de corrente, e a equação de continuidade, ou lei de conservação,

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(\vec{r},t) + \nabla\vec{j} = S(r,t), \tag{1.2}$$

sendo $S(\vec{r},t)$ o termo de fonte ou sumidouro. Combinando as duas temos:

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(\vec{r},t) - D\nabla^2\phi(\vec{r},t) = S(r,t). \tag{1.3}$$

Esta é chamada de Equação de Difusão (BUTKOV, 1978). No caso que a substância não é nem emitida e nem absorvida $S\left(\vec{r},t\right)=0.$

Para o caso de condução de calor, a equação linear do fluxo de calor de Fourier é válida, portanto a equação da condução do calor tem a mesma forma da Equação de Difusão. A solução da equação de difusão pode ser obtida por vários métodos. Neste trabalho vamos focar o uso de transformadas integrais na obtenção da solução da equação de difusão homogênea, no entanto o método pode ser aplicado também na presença de termo de fonte.

O objetivo do trabalho é uma melhor compreensão de fenômenos físicos relacionados ao transportes de matéria e energia além do desenvolvimento matemático e a análise dos resultados da solução da equação de difusão. Isto nos permitirá o entendimento de modelos analíticos com aplicação experimental nas técnicas utilizadas no grupo de pesquisa do Departamento de Física.

Materiais e Métodos

A metodologia utilizada foi uma revisão bibliográfica; Para exemplificar, vamos considerar o caso de difusão de calor unidimensional, de forma que a equação de difusão na ausência de fontes se reduz a

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi\left(x,t\right)-D\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}\phi\left(x,t\right)=0. \qquad (1.4)$$

O método utilizado para encontrar a solução da equação de difusão é o das transformadas integrais. Utilizando as transformadas de Fourier Cosseno, Hankel e Laplace e suas propriedades em relação às derivadas obtemos uma equação simples de ser resolvida. No caso unidimensional, para a solução desta EDP iremos usar a transformada de Fourier. Aplicando a transformada de Fourier na equação acima vamos do espaço das coordenadas (x) para o espaço dos momentos (k),

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi\left(k,t\right)+Dk^{2}\phi\left(k,t\right)=0. \qquad (1.5)$$

Essa equação torna-se simples de ser resolvida. Nos casos onde a condição de inicial é dada por uma distribuição pontual, ou seja $\phi(k,0)=C$, a solução é:

$$\phi(k,t) = C\, e^{-Dk^2 t} \tag{1.6}$$

Agora simplesmente usamos a transformada inversa de Fourier para voltar do espaço dos momentos para o espaço das coordenadas:

$$\phi(x,t) = \frac{C}{\sqrt{2Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}. \tag{1.7}$$

Caso a difusão não ocorra centrada no eixo de origem temos que x=x-L, sendo L a posição do início da difusão.

Resultados e Discussão

A solução acima nos permite verificar com fica a distribuição espacial e a sua correspondente evolução temporal. Na Figura 1 mostramos a distribuição espacial da temperatura para diferentes valores de t. Observamos que com a evolução temporal temos um espalhamento da distribuição $\emptyset(x,t)$.

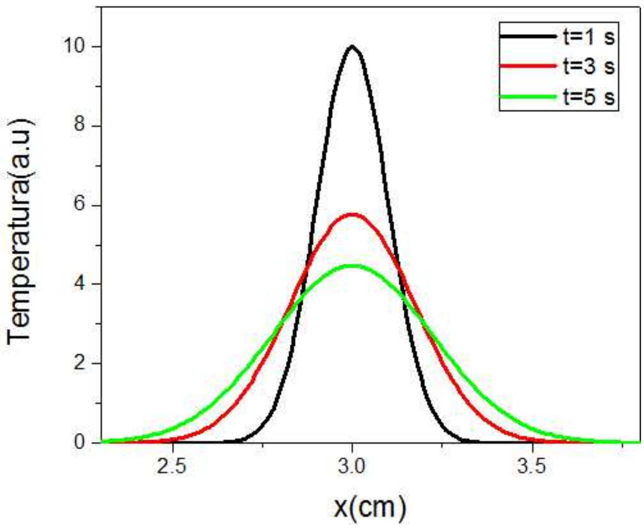

Figura 1 – Comparação do perfil de temperatura entre tempos t= 1, 3 e 5 s.

Podemos também observar como a distribuição espacial depende dos valores do coeficientes de difusividade térmica D. Abaixo explicitamos os caso do processo de difusão térmica em um vidro e em um metal para um mesmo intervalo de tempo. A curva de espalhamento, apresenta diferentes perfis dependendo das propriedades físicas de cada material.

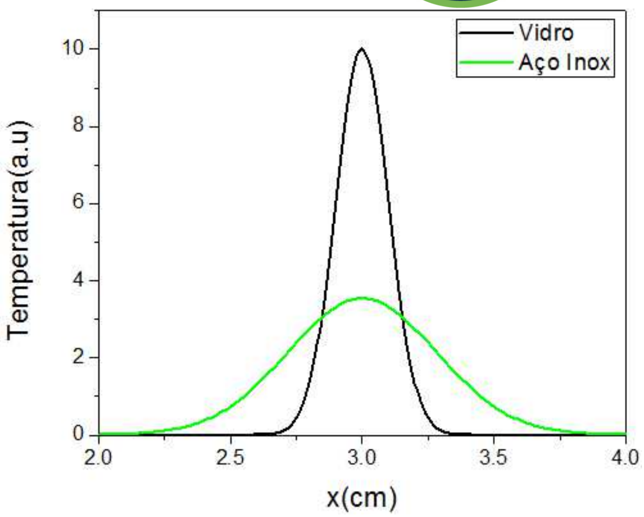

Figura 2 – Comparação o perfil da temperatura para materiais com diferentes difusividade térmica: vidro (D=5 x10^{-3} cm^2/s) e ferro (D= 4 x10^{-2} cm^2/s).

Conclusões

Os resultados acima nos mostram que a aplicação dos métodos de transformadas nos auxiliam na obtenção das soluções da equação de difusão. Isto nos permite entender vários fenômenos físicos e químicos como a taxa de velocidade de reações químicas ou a variação de temperatura de um material sendo aquecida. Soluções analíticas deste problema tem fundamental importância para as técnicas fototérmicas, as quais tem um alto interesse na caracterização de propriedades físicas e químicas materiais sólidos e líquidos (MALACERNE, 2014). Em adição, estes métodos também são aplicados nas soluções de outros problemas físicos que são descritos por equações diferenciais, como por exemplo os problemas termoelásticos.

Agradecimentos

Agradeço às agências Capes, Fundação Araucária e CNPq, pelo apoio financeiro.

Referências

BUTKOV, E. **Física Matemática.**1. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S.A., 1978.

MALACARNE, L.C, et al. **Role of Photophysics Processes in Thermal Lens Spectroscopy of Fluids: A Theoretical Study.** *J. Phys. Chem. A*, 118, 5983-5998, 2014.