

CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS E SISTEMAS DINÂMICOS

Mauro Luiz Brandão Junior (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Eduardo Brandani da Silva (Orientador), e-mail: ebsilva@uem.br

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/ Maringá, PR

Ciências Exatas e da Terra/ Matemática

Palavras-chave: códigos corretores de erros, sistemas dinâmicos, códigos convolucionais

Resumo:

O projeto tem como proposta o estudo de estruturas geométricas e algébricas para a caracterização de processos de codificação, via códigos convolucionais, para a transmissão de informações em comunicações digitais. O foco é na compreensão das relações entre a teoria de sistemas dinâmicos lineares invariantes no tempo e códigos convolucionais.

Introdução

A teoria da informação, desenvolvida por Shannon [4], preocupa-se com o projeto e análise de um “sistema de comunicação”, no qual uma fonte envia mensagens por um canal até um destinatário. A teoria dos códigos corretores de erros é uma subárea da teoria da informação que lida com o problema geral da transmissão de mensagens de forma confiável. Ela é utilizada de modo essencial na engenharia de comunicações.

Quando transmite-se uma mensagem através de um canal de comunicação real (uma rede telefônica, por exemplo) deve-se levar em conta uma entidade chamada de “ruído”. Todo canal real sofre ação de ruídos, que introduzem erros na mensagem original. Assim, precisamos de algum mecanismo que permita detectar tais erros, e se possível, corrigi-los para recuperarmos a informação inicial. Para resolver este problema, foram criados os códigos corretores de erros, e nesse contexto, diversas técnicas e famílias de códigos foram desenvolvidas.

Com o avanço da tecnologia, há a necessidade de códigos cada vez mais eficientes, havendo o envolvimento do uso de diversas áreas da matemática como álgebra, combinatória, geometria e teoria de números, que hoje são ferramentas fundamentais no estudo da Teoria de Códigos.

O estudo de sistemas dinâmicos recebeu grande destaque nos últimos anos

em função da grande aplicabilidade dessa teoria em problemas práticos de diversas áreas, desde a física e a química até a ecologia e economia [1]. As técnicas utilizadas na abordagem de sistemas dinâmicos, fizeram com que o estudo, que era puramente analítico, pudesse ser compreendido em termos geométricos e qualitativo. As ideias iniciais desse estudo de sistemas dinâmicos são creditadas a Poincaré, que utilizou técnicas qualitativas de geometria e topologia em equações diferenciais não lineares, propiciando informações globais de todas as soluções de um dado sistema, ao invés de soluções analíticas locais. George David Birkhoff notou a importância da dinâmica discreta, como uma forma simplificada de compreender a dinâmica de equações diferenciais, e os rápidos avanços e a beleza presente nesse tópico tornaram-no de grande interesse.

No final dos anos 60, Massey e Sain [2] estabeleceram uma conexão entre a teoria de codificação e a teoria de sistemas dinâmicos, quando eles descreveram um codificador convolucional como uma função de transferência de um sistema linear e invariante no tempo sobre um corpo finito. Desde então desenvolveu-se uma teoria algébrica geral para tratar códigos convolucionais [6].

A teoria clássica de sistemas preocupa-se com a relação entre a entrada e saída de sistemas lineares. A abordagem de Willems [5] para sistemas dinâmicos proporciona um ambiente mais propício para o tratamento de códigos convolucionais, pois essa tem como foco o conjunto de saída, tal como é de costume em codificação. Sob essa ótica, um código convolucional é um comportamento linear e invariante no tempo.

Esse trabalho tem como proposta a análise de códigos convolucionais observados como sistemas lineares, tal como em [3], nele foi discutido aspectos gerais de correção de erros, códigos de bloco, códigos convolucionais, sistemas dinâmicos sob a perspectiva de Willems [5] e algumas comparações da teoria de códigos corretores de erros com sistemas dinâmicos lineares e invariantes no tempo.

Materiais e métodos

A metodologia do projeto se deu pela leitura de capítulos de livros e artigos sobre o assunto, e a apresentação semanal de seminários com o orientador.

Resultados e Discussão

Os resultados obtidos tratam-se da introdução do acadêmico a aspectos gerais da teoria clássica de codificação utilizando códigos convolucionais e da teoria de sistemas dinâmicos de Willems [5]. A conexão entre esses dois tópicos foi de grande importância durante a realização do projeto. Nessa intersecção, um codificador convolucional é visto como um comportamento linear e invariante no tempo.

Conclusões

O acadêmico foi introduzido a conceitos de sistemas dinâmicos e de códigos convolucionais. As conclusões obtidas foram a respeito das propriedades de completude, observabilidade de controlabilidade de comportamentos lineares e invariantes no tempo. A partir dessas propriedades, foi possível estabelecer relações entre as teorias de sistemas dinâmicos e de códigos corretores de erros.

A participação ativa em um projeto de pesquisa também proporcionou um grande desenvolvimento da autonomia e do espírito investigativo do acadêmico.

Agradecimentos

Agradecimentos ao CNPq, a Fundação Araucária e a UEM pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] DEVANEY, R. L. **An Introduction to Chaotic Dynamical Systems**, 2. ed. Westview Press, 2003.
- [2] MASSEY, J.; SAIN, M. *Codes, Automata and Continuous Systems: Explicit Interconnections*, IEEE Trans. Autom. Control, v. 12(6), p. 644-650, 1967.
- [3] ROSENTHAL, J.; SCHUMACHER, M.; YORK, E., V. *On Behaviours and Convolutional Codes*, IEEE Trans. Inform. Theory, v. 42(6) p. 1881-1891, 1996.
- [4] SHANNON, C. E. A Mathematical Theory of Communication, The Bell System Technical Journal, v. 27, p. 623-656, out. 1948.
- [5] WILLEMS, J., C.; POLDERMAN, J., W. **Introduction to the Mathematical Theory of Systems and Control: A Behavioral Approach**, Springer, 1998.
- [6] ZIGANGIROV, K., S.; JOHANNSSON, R. **Fundamentals of Convolutional Coding**. IEEE Press, 1999.