

## ALGORITMO PARA GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS DO TIPO KAPPA – MU EM REDES DE COMUNICAÇÃO SEM FIO

Leandro Henrique Formigoni Aggio (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Elvio João  
Leonardo (Orientador), e-mail: leandro.f.aggio@mail.com

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Tecnologia e Ciência

**Área e subárea do conhecimento:** Engenharia Elétrica, Telecomunicações

**Palavras-chaves:** Números aleatórios, distribuição kappa-mu

### Resumo

Este documento relata as atividades de pesquisa realizadas no âmbito do projeto de iniciação científica acima intitulado no período de agosto de 2016 a julho de 2017. O tema de pesquisa trata do desenvolvimento de um algoritmo para a geração de números aleatórios do tipo Kappa-Mu ( $\kappa$ - $\mu$ ) em canais de comunicação sem fio. Os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios e serão abordados neste documento, na seção de resultados. O relatório final deste projeto disponibiliza o código desenvolvido na íntegra.

### Introdução

Existem inúmeras situações onde números aleatórios são utilizados dentro da engenharia, bem como em outras áreas. Temos exemplos desde o simples lançamento de um dado não viciado até aplicações em Física Nuclear. Na área de simulação, podemos utilizar como exemplo o tempo de acesso a um disco rígido de um computador. Neste caso o tempo apresenta-se como uma variável aleatória que depende de inúmeros fatores que incluem características físicas do disco rígido, bem como outras características que podem ser interpretadas como aleatórias. O tempo de acesso, que é uma variável aleatória, segue uma distribuição que estima, convenientemente, o funcionamento do disco. Além disso, para se determinar se uma distribuição proposta segue as características observadas na realidade, devemos realizar testes que avaliam o ajuste estatístico conseguido pela distribuição. Contudo, antes devemos ser capazes de gerar esses números.

Neste trabalho, a geração de números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo  $[0,1]$  é o insumo inicial, que após transformações produz uma sequência de números aleatórios que seguem a distribuição ( $\kappa$ - $\mu$ ). A abordagem para a geração de números aleatórios utiliza-se de formulas matemáticas que possam estar implementadas na linguagem de programação C.

## Materiais e Métodos

Em transmissões de sinais sem fio caracterizados por múltiplos percursos, o sinal que sai do transmissor segue por diferentes caminhos até alcançar a antena do receptor, onde as várias cópias combinam-se e geram o sinal a ser decodificado. Esse processo enfrenta diversos tipos de problemas. Por exemplo, duas ou mais cópias do sinal transmitido podem chegar ao receptor em tempos diferentes, possivelmente com fases diferentes, provocando uma deformação na amplitude ou fase do sinal original. Estes fenômenos recebem o nome de desvanecimento do sinal. A intensidade do sinal sofre com esses tipos de interferências e isso resulta em uma variação na qualidade do sinal recebido. Dada as características aleatórias que os fenômenos envolvidos na propagação do sinal de rádio possuem, é natural que a modelagem seja feita com uma abordagem estatística. Por conta disso utilizaremos modelagem estatística para retratar as características do sinal recebido em um ambiente com propagação por multipercurso. O objetivo desse trabalho é desenvolver as ferramentas necessárias para geração de números aleatórios que seguem a distribuição  $(\kappa-\mu)$ , sendo esta distribuição utilizada para modelar o canal sem fio.

### *A Distribuição Kappa-Mu ( $\kappa-\mu$ )*

A distribuição  $\kappa-\mu$  é utilizada para representar o sinal em desvanecimento em uma condição de linha de visada direta, isto é, existe um caminho direto entre as antenas transmissora e receptora. Esta distribuição é considerada uma distribuição genérica pela flexibilidade oferecida por seus diversos parâmetros. O ambiente de propagação considerado por essa distribuição é não-homogêneo, com o sinal composto por  $\mu$  clusters de ondas. A distribuição  $\kappa-\mu$  possui a FDP (Função Densidade de Probabilidade) definida por

$$f_p = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1}[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho]$$

onde  $\mu$  é o número de clusters de ondas e  $\kappa$  é a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas. O desenvolvimento matemático e suas implicações são abordados na íntegra no relatório completo.

### *Método de Geração de Variáveis Aleatórias*

Neste trabalho, a geração de variáveis aleatórias utiliza o método da Aceitação-Rejeição, que consiste na razão entre os valores gerados na distribuição e o valor de uma função majoritária que engloba a primeira função. O Método da Aceitação - Rejeição é considerado um método de grande simplicidade, utilizado quando os demais métodos não podem ser

aplicados. Deve-se notar, no entanto, que o Método da Aceitação – Rejeição somente funciona se a FDP da função majoritária escolhida for computacionalmente implementável.

A ideia básica deste método consiste em, dada a distribuição  $F$  desejada, com FDP  $f(x)$ , deve-se encontrar uma distribuição alternativa  $G$  com FDP  $g(x)$  que englobe de maneira satisfatória a  $f(x)$ . Para isso, deve-se executar uma série de passos expostos no relatório e que estão também presentes no código desenvolvido. Esse método é repetido até que seja gerada a sequência desejada de  $n$  números aleatórios.

### *Função Decaimento Exponencial*

O Método de Aceitação – Rejeição tem sua eficiência ligada à porcentagem de números aceitos pelo método e isso se dá pela relação entre a função majoritária e a FDP da distribuição desejada. Portanto, é esperado que a escolha da função majoritária tenha uma grande importância para obtermos o melhor resultado possível. Nesse trabalho utilizaremos a função decaimento exponencial, que é dada por

$$ch(\rho) = g(\rho) = be^{-\alpha(\rho-\rho_0)^2} \geq f(\rho)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $\rho_0$  são coeficientes a serem determinados e  $f(x)$  é a FDP da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ .

### *Algoritmo, Aplicações e Resultados*

Nesta seção mostramos o passo a passo que resume o código desenvolvido.

1. Escolher os parâmetros de interesse da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , isto é,  $\mu$ ,  $\kappa$  e a média da distribuição;
2. Achar  $\rho_0$  resolvendo  $\frac{df(\rho)}{d\rho}$ ;
3. Fazer  $b = f(\rho_0)$ ;
4. Achar  $a = \text{Min} \left\{ \frac{1}{(\rho-\rho_0)^2} \ln \frac{f(\rho_0)}{f(\rho_{\max})} \right\}$ ;
5. Gerar  $Y$  com distribuição normal truncada, com média  $\rho_0$  e variância  $\frac{1}{2a}$ ;
6. Gerar  $U$  com a distribuição uniforme no intervalo unitário;
7. Se  $U \leq \frac{f(Y)}{ch(Y)}$  então, onde  $ch(Y)$  é a função decaimento exponencial;
8. Faça  $X = Y$ , e o ponto é aceito;
9. Caso contrário
10. Retorne a etapa 5, o ponto é rejeitado.

### **Resultados e Discussão**

O código desenvolvido mostrou-se capaz processar uma grande quantidade de amostras em um tempo relativamente pequeno. Os parâmetros utilizados

foram  $\kappa = 2,25$  e  $\mu = 0,75$ , o que resultou em uma média de 90% de aproveitamento utilizando 10000 amostras. Para  $\kappa = 2,75$  e  $\mu = 2,25$ , obtivemos cerca de 65% de aproveitamento para o mesmo número de amostras. Um novo conjunto de parâmetros com  $\kappa = 3,25$  e  $\mu = 3,75$  gerou um aproveitamento de cerca de 55% para 10000 amostras.

## Conclusões

Este artigo apresenta um algoritmo para a geração de variáveis aleatórias com a distribuição de probabilidade seguindo a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , que é utilizada para modelar canais com desvanecimento. O fato de permitir o uso de  $\mu$  não necessariamente inteiro e  $\kappa$  sendo um real positivo mostra-se vantajoso quando comparado a outros métodos mais recorrente da literatura. Neste trabalho utilizado o método da Aceitação - Rejeição com uma função majoritária que permitiu uma excelente adaptação dos parâmetros utilizados, o que foi fundamental para os resultados obtidos. Tendo em vista o caráter de iniciação científica deste trabalho, os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios

## Agradecimentos

Agradecimentos ao professor Elvio J. Leonardo, e a todos os professores do curso de Engenharia Elétrica. Agradeço também a Fundação Araucária pela chance de desenvolver esse projeto bem como por ter fornecido um incentivo financeiro em forma de bolsa de pesquisa

## Referências

COGLIATTI, RODRIGO, *Proposta de um Algoritmo para geração de Números Aleatórios em Ambientes Generalizados do Canal sem Fio com Desvanecimento*, 2003 Dissertação (Mestrado), Inatel - Instituto Nacional de Telecomunicações 2003.

C. P LEMOS, *Avaliação de Técnicas para Transmissão Digital em Canal com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Frequência Modelado com a Distribuição  $\eta$ - $\mu$* , Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2003.

K. KRISHNAMOORTHY, *Handbook of Statistical Distributions with Applications*, Chapman & Hall, 2006.

R. S. DUQUE, *Estatísticas de Ordem Superior para Distribuição  $\kappa$ - $\mu$*  Dissertação, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2003.