CONEXIDADE E COMPACIDADE

Matheus Henrique do Prado Zaniboni (PIBIC/CNPq/Uem), Marcelo Moreira Cavalcanti (Orientador), e-mail: mmcavalcanti@uem.br, Claudete Matilde Webler Martins (Co-Orientadora), e-mail: cmwebler@uem.br

Universidade Estadual de Maringá/ Centro de Ciências Exatas/ Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra/ Matemática

Palavras-chave: espaços métricos, conexidade, compacidade

Resumo:

Queremos utilizar a compacidade para demonstrar o conhecido Lema do Tubo e uma de suas consequências. Além disso, vamos provar que os subconjuntos conexos da reta são os intervalos.

Introdução

Para compreensão das demonstrações do Lema do Tubo e de que todo subconjunto conexo da reta é um intervalo, começamos definindo a conexidade e compacidade em espaços métricos, logo após, enunciamos alguns resultados que são utilizados como ferramentas para as demonstrações dos resultados citados acima.

Materiais e Métodos

Foram realizadas pesquisas bibliográficas, estudo e discussão teórica do tema abordado.

Resultados e Discussão

Apresentamos abaixo as principais definições e resultados estudados sobre os quais falaremos na apresentação, que podem ser encontrados em (LIMA, 1977).

Definição 01: Uma cisão de um espaço métrico M é uma decomposição de M como união de dois subconjuntos abertos disjuntos A e B, quando A ou B é o conjunto vazio a cisão é chamada trivial. Dizemos que um espaço métrico M é conexo quando a única cisão possível em M é a trivial.

Definição 02: Seja X um subconjunto de um espaço métrico M. Uma cobertura aberta de X é uma família A de subconjuntos abertos de M tal que o conjunto X está contido na união dos elementos de A. Uma subcobertura finita de A é uma subfamília finita A' de A tal que o conjunto X está contido na união dos elementos de A'. Dizemos que um espaço métrico M é compacto quando toda cobertura aberta de M possui subcobertura finita.

Lema 01: A imagem de um conjunto compacto por uma aplicação contínua é um conjunto compacto.

Lema 02: Seja K um subconjunto compacto de um espaço métrico M e V um aberto em M que contém K. Então, d(K, M-V) > 0.

Conclusões

Como consequência obtemos os seguintes resultados que, aqui, serão apenas enunciados.

Lema do Tubo: Sejam K, M espaços métricos, K compacto, b um elemento de M tal que o conjunto { b } x K está contido em V que por sua vez está contido em M x K, onde V é um aberto de M x K. Então, existe um aberto U em M de maneira que o conjunto { b } x K está contido em U x K que por sua vez está contido em V.

Corolário: Se K é um espaço métrico compacto, então a projeção p1 definida em M x K tomando valores em M é uma aplicação fechada.

Proposição: Um subconjunto da reta é conexo se, e somente se, é um intervalo.

Agradecimentos

Agradeço ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Referências

LIMA, E. L. **Espaços métricos.** Rio de Janeiro: Impa, 1977.