CONEXIDADE E COMPLETUDE

Geliane Beatriz Pipino Tavares (PIBIC/FA), Prof. Dr. Marcos Roberto Teixeira Primo (Orientador), e-mail: mrtprimo@uem.br, Claudete Webler Martins (Co-orientadora), e-mail: cmwebler@uem.br;

Universidade Estadual de Maringá/ Centro de Ciências Exatas/ Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra / Matemática

Palavras-chave: cisão, conexidade, continuidade

Resumo

Neste trabalho estudamos a conexidade de conjuntos e propriedades da imagem de uma aplicação contínua de um conjunto conexo.

Introdução

Neste trabalho estudamos a definição de cisão e de conjunto conexo. Em seguida estudamos propriedades da imagem de uma aplicação contínua sobre um conjunto conexo, a partir daí concluímos com a demonstração o Teorema do Valor intermediário.

Materiais e Métodos

Foram realizadas pesquisas bibliográficas, estudos e discussões teóricas sobre o tema abordado.

Resultados e Discussão

Apresentamos abaixo os principais resultados estudados sobre os quais falaremos na apresentação, que podem ser encontrados em (LIMA, 1977):

Definição 01: Uma cisão de um espaço métrico M é uma decomposição M=AUB, onde A e B são dois subconjuntos disjuntos e abertos de M.
Exemplo 01: Seja M um espaço métrico discreto, qualquer subconjunto A de M determina uma cisão M=AU(M-A).

Definição 02: Uma cisão em um espaço métrico M=AUB é dita trivial quando um dos abertos, A ou B, é vazio, assim o outro é igual a M. Logo a cisão trivial é M=MUØ.

Definição 03: Dado M um espaço métrico, ele é dito conexo quando a única cisão possível é a trivial. Seja X um subconjunto de M, diz-se que um conjunto é conexo quando o subespaço X de M é conexo. Quando X admite uma cisão não-trivial, dizemos que X é desconexo.
Exemplo 02: A reta é um espaço conexo.

Proposição 01: A imagem de um conjunto conexo por uma aplicação contínua é um conjunto conexo.

Exemplo 03: Todo intervalo aberto na reta é conexo, pois qualquer intervalo aberto na reta é homeomorfo a reta.

Proposição 02: Para um conjunto na reta ser conexo, é necessário e suficiente que ele seja um intervalo.

Corolário 01: Se M é um espaço métrico conexo e f: M→ R é uma função real contínua, então f(M) é um intervalo.

Corolário 02: (Teorema do Valor Intermediário). Seja f: [a, b] → R contínua. Se f(a) < d < f(b) então existe c pertencente ao intervalo (a, b) tal que f(c) =d.

Conclusões

O objetivo do projeto de iniciação científica era estudar os conceitos de conjuntos conexos e estudar as propriedades dos conjuntos, quando submetidos a aplicações contínuas. Tal objetivo foi alcançado através dos conceitos e resultados estudados ao longo do trabalho.

Agradecimentos

Agradeço à Fundação Araucária, de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná, pelo apoio financeiro.

Referências

[1] LIMA, E. L. **Espaços Métricos**: Projeto Euclides. Rio de Janeiro: IMPA, 1977.