ALGORITMO PARA A GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS DO TIPO ETA-MU EM REDES DE COMUNICAÇÃO SEM FIO

Alexandre Santiago da Silva (PIBIC/CNPq-UEM), Elvio João Leonardo (Orientador), e-mail: ejleonardo@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de tecnologia e Ciência

Área e subárea: Engenharia elétrica, Telecomunicações.

Palavras-chave: Engenharia Elétrica, números aleatórios, telecomunica-ções.

Resumo:

Esta pesquisa trata-se da geração de números aleatórios seguindo a função de distribuição probabilística eta-mu (η-μ), utilizada para representar variações de pequena escala do sinal com desvanecimento em uma condição sem linha de visada entre emissor e receptor em uma rede de transmissão sem fio. O método utilizado com esse fim é o de aceitação-rejeição e o algoritmo é mostrado na íntegra no seu trabalho final.

Introdução

A área de geração de números aleatórios (ou pseudoaleatórios) é muito importante para inúmeras aplicações. Desde os mais antigos métodos, sendo realizados de forma mecânica, como um lançamento de dados, embaralhamento de cartas, lançamento de moedas entre outros e, com o avanço da computação, atualmente pode-se representar probabilidades com distribuições mais complexas e com uma alta quantidade de amostragem para ser gerado. Isso possibilitou simulações de vários fenômenos de caráter aleatório, como o que é abordado neste trabalho. Esse fenômeno é muito utilizado na área de comunicação sem fio por representar uma característica geral do sistema de transmissão.

Materiais e métodos

Método da Aceitação-Rejeição

O Método da Aceitação – Rejeição (GENTLE, 2002) é considerado um método universal e de grande simplicidade, utilizado quando os demais métodos não podem ser aplicados. No nosso caso, utilizaremos números inteiros de gaussianas ao quadrado somadas e isso é um fator limitante que nos obriga a escolher esse método. Devemos, no entanto, nos atentar que o

Método da Aceitação – Rejeição só funcionará se a função densidade de probabilidade (FDP) da função majoritária escolhida for computacionalmente implementável.
A ideia base deste método consiste em considerar uma distribuição F com FDP igual a *f(x)* e então encontrar uma distribuição alternativa G com FDP *g(x)* que englobe de maneira satisfatória a *f(x)*. A função *g(x)* é também denominada *hat function*. Para isso utilizaremos um passo a passo simples, que será mais tarde apresentado no código desenvolvido.

1. Gerar uma variável uniforme U no intervalo (0,1];
2. Gerar uma variável Y com distribuição G independente de U;
3. Para *c* constante, se $U \leq \frac{f(Y)}{cg(Y)}$
   Então faça aceite Y (X=Y)
   Senão volte ao passo 1;
4. X é uma variável aleatória com distribuição F

Esse algoritmo (COGLIATTI, 2003) deve se repetir até que sejam encontrados os *n* números aleatórios desejados que seguem a distribuídos em F. Temos que 1/*c* é a porcentagem de aceitação do método, portanto quanto mais próximo da unidade melhor será a precisão do método.

Distribuição η-μ

Utilizamos a distribuição η-μ para representar o sinal em desvanecimento em uma condição em que não há linha de visada direta entre transmissor e receptor. Essa distribuição apresenta dois formatos distintos. No primeiro formato, as componentes em fase e em quadratura do sinal com desvanecimento dentro de cada cluster são consideradas gaussianas independentes de média nula e variâncias distintas. No segundo formato, as componentes em fase e em quadratura são consideradas gaussianas correlacionadas de média nula e variâncias idênticas. O parâmetro η é a relação entre as variâncias das componentes em fase e em quadratura do sinal. Em ambos os formatos, o parâmetro μ > 0 é uma extensão real do número de clusters dado por

$$\mu = E^2(P^2)/2V(P^2) \times \left(1 + \left(\frac{H}{h}\right)^2\right),$$

onde *H* e *h* são funções do parâmetro η e variam de um formato para outro. No primeiro formato temos $h = (2 + \eta^{-1} + \eta)/4$ e $H = (\eta^{-1} - \eta)/4$, enquanto que no segundo formato temos $h = 1/(1 - \eta^2)$ e $H = \eta/(1 - \eta^2)$. Um formato pode ser convertido para outro por meio de uma simples transformação dada por $\eta_1 = (1 - \eta_2)/(1 + \eta_2)$, onde η_1 é o parâmetro η no primeiro formato e η_2 no segundo formato. A FDP normalizada η-μ é expressa por

$$f_p(\rho) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}\rho^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}\exp(-2\mu h\rho^2)I_{\mu-\frac{1}{2}}(2\mu H\rho^2)$$

com ρ > 0, Γ(α) é a função Gama de α expressa por $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} \exp(-x)\, dx$ e $I_\alpha(x)$ é a função de Bessel modificada de 1ª espécie de x com ordem α.

Função Decaimento Exponencial

Nesse trabalho utilizaremos a função que dá nome a essa seção e é descrita como

$$ch(\rho) = g(\rho) = be^{-a(\rho-\rho_0)^2} \geq f(\rho)$$

Onde a, b e ρ_0 são coeficientes a serem determinados e *f(x)* é a FDP da distribuição η-μ.
Calcularemos *c* de maneira exata utilizando a seguinte expressão:

$$c = \frac{b}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\left[1 + Erf(\sqrt{a}\rho_0)\right]$$

em que Erf(.) é a Função Erro.
Para obtermos b basta notarmos que em [6] a $g(\rho)$ obtém seu valor máximo b quando $\rho_0 = \rho$. Assim sendo podemos admitir que

$$b = f(\rho_0)$$

Se substituirmos [8] em [6] fazendo as devidas manipulações, vamos obter a seguinte expressão

$$a \leq \frac{1}{(\rho-\rho_0)^2} ln \frac{f(\rho_0)}{f(\rho)}$$

Para alcançarmos a maior eficiência a deve ser escolhido como o valor mínimo de [9]. Portanto temos

$$a = Min\left\{\frac{1}{(\rho-\rho_0)^2} ln \frac{f(\rho_0)}{f(\rho_{max})}\right\}$$

Neste caso a curva $g(\rho)$ ficará acima de $f(\rho)$ resultando em valores “aceitos”.
Analisando a função temos que $g(\rho)$ tem a forma de uma gaussiana truncada entre 0 e ∞. Geraremos uma variável aleatória com $\mu = \rho_0$ e $\sigma^2 = 1/2a$ através de

$$Y = \Phi^{-1}\left(\Phi(0) + U * \left(1 - \Phi(0)\right)\right),$$

onde Φ é a função distribuição cumulativa (FDC) da distribuição normal, Φ^{-1} é sua inversa e U é uma variável aleatória uniforme no intervalo (0,1).

Resultados e Discussão

Para uma distribuição eta-um (η-μ) com eta igual a 3.25 e mu igual a 3.75, temos que resulta no seguinte gráfico

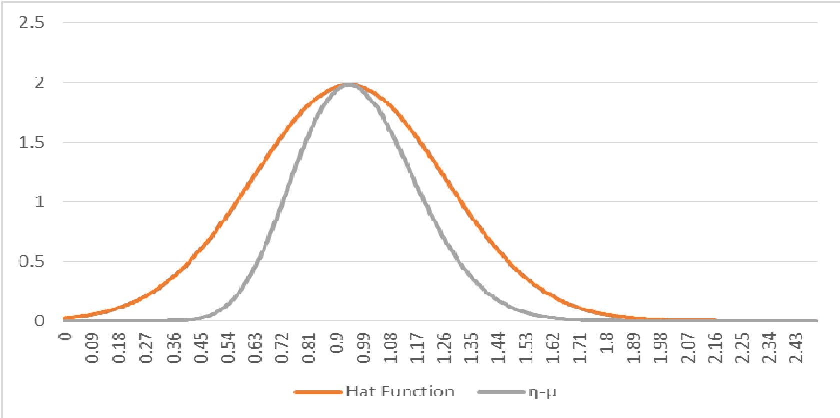

Figura 1.1 – Gráfico que representa a função de distribuição eta-um (η-μ) e a função que o encobre (*Hat Function*)

onde a função em laranja representa a função que encobre a distribuição no qual deseja-se gerar os números aleatórios.
Para uma quantidade de 3000 números aleatórios gerados pelo código, com os parâmetros citados acima, obteve-se uma aceitação de 68,54%, o que está dentro do aceitável pela análise empírica.

Conclusões

Pode-se concluir que os resultados estão dentro do esperado e são satisfatórios devido ao caráter de pesquisa feita. O método da Aceitação-Rejeição se enquadrou bem nesse tipo de distribuição pelo fato de não poder ser calculado sua inversa e pelo fato de haver uma função majoritária computacionalmente implementável que fosse próxima da distribuição.

Agradecimentos

Agradecimentos ao professor Elvio J. Leonardo, e ao outro orientado Leandro Henrique Formigoni Aggio e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela oferta da Bolsa de iniciação científica.

Referências

COGLIATTI, RODRIGO, **Proposta de um Algoritmo para geração de Números Aleatórios em Ambientes Generalizados do Canal sem Fio com Desvanecimento**, 2003 Dissertação (Mestrado), Inatel - Instituto Nacional de Telecomunicações 2003.

GENTLE, JAMES E., **Number Generator and Monte Carlo Methods** – 2nd. Ed., Springer, George Mason University, 2002, p. 113 , Capítulo 4