# UTILIZANDO O MÉTODO SIMPLEX PARA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE TRANSPORTE

Guilherme Kenji Matsumoto (PIC/UEM), Wesley Vagner Inês Shirabayashi, (Orientador), Emerson Vitor Castelani (Co-orientador), e-mail: guilhermekmts@gmail.com.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas **/** Maringá, PR.

**Área e subárea: Ciências exatas e da terra / Matemática**

**Palavras-chave:** Programação Linear, Simplex Revisado, Problema de transporte.

**Resumo:**

Pretende-se neste trabalho, abordar alguns princípios práticos da álgebra linear através da programação linear, evidenciando a modelagem e resolução de problemas de otimização. Para este fim, é apresentado o desenvolvimento de um “problema de transporte”. Este tipo de problema é comum na área de pesquisa operacional onde busca-se otimizar a utilização de recursos. Para o desenvolvimento do trabalho em mãos, foi necessário a introdução de técnicas de modelagem e resolução de problemas de otimização linear. Dentre as técnicas de resolução, destacamos o método “Simplex Revisado” que foi a principal ferramenta de resolução do problema considerado.

## Introdução

Segundo (HILLIER, 2013), a programação linear é classificada como um dos mais importantes avanços do século XX, sendo aplicada de forma prática em muitas empresas, proporcionando a economia em uma série de processos na cadeia produtiva.

O tipo mais comum de informação envolve problemas, de natureza genérica, de alocar da melhor maneira possível recursos limitados para atividade que competem entre si. A variedade de situações para as quais as descrições se aplicam são diversas, sendo uma delas o problema de transporte.

Dada a importância prática deste tipo de problema, pretendemos expor neste trabalho alguns resultados relativos à resolução de um problema de Transporte através do método Simplex. Mais precisamente, a utilização de sua versão revisada proposta em (HILLIER, 2013).

## Materiais e métodos

Para o desenvolvimento do presente trabalho, é necessária clareza sobre os três pilares: programação linear, modelagem matemática e o problema de transporte. Destacamos a seguir aspectos gerais de cada um destes.

***Programação linear***

Um problema de programação linear (PL) é um problema de otimização em que a função objetivo é linear nas incógnitas e as restrições consistem em igualdades lineares e desigualdades lineares. A forma exata dessas restrições pode diferir de um problema para outro, mas, como mostrado abaixo, qualquer programa linear pode ser transformado na seguinte forma padrão (LUENBERG, 1984)

Min

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n$$

Sujeito à:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3$$
$$\ldots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_n > 0$$

***Simplex Revisado***

O simplex revisado é uma técnica de resolução de problemas lineares que se baseia diretamente na forma matricial do simplex, também com utilização na resolução de um PL. No entanto o método revisado é trabalhado de maneira a evitar cálculos desnecessários, tornando-o mais viável em termos computacionais (HILLIER, 2013). Uma implementação deste método em linguagem Julia[1] foi desenvolvida e será referenciada neste trabalho por *solver*.

***Problema de Transporte***

O principal objetivo deste é encontrar um padrão entre origens e destinos de maneira a satisfazer todas as restrições e minimizar o custo total de transporte.

A situação é esquematizada considerando **"m"** origens que possuem recursos a serem transportados e **"n"** destinos, que possuem uma demanda a ser atendida. Origens **"i"** contem uma quantidade a ser entregue **"ai"**, e destinos **"j"** uma demanda "**bj",** e existe um custo "**Cij**" correspondente à transferência da origem (**"i"**) para o destino (**"j"**) chegando a uma forma padrão de:

Min

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \qquad para \qquad i = 1,2,\ldots,m$$

1 www.julialang.org

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad para \quad j = 1,2,\dots,n$$

$$X_{ij} \geq 0 \qquad para\ todo\ i\ e\ j$$

Uma descrição mais detalhada pode ser encontrada em (LUENBERGER, 1984)

**Resultados e Discussão**

O estudo de caso em questão foi feito em base hipotética utilizando os pontos de distribuição de uma indústria de suco natural de laranja, com o objetivo de demonstração e utilização do algoritmo, abordando os conceitos de otimização no problema de transporte.

O propósito aplicado nesta otimização foi encontrar a melhor distribuição de produção entre duas fabricas (origem) para seus centros distribuidores (destinos), conforme listados abaixo. Para isso foram utilizados dados básicos da distância e uma estimativa de demanda para os mesmos, conforme listados na tabela abaixo.

Tabela 1: Relação de destinos e origens

| CIDADE | Distância/ Paranavaí (km) | Distância/ Maringá (km) | Consumo diário (litros) | Consumo mensal (litros) |
|---|---|---|---|---|
| Apucarana | 140,00 | 62,20 | 547,49 | 16.424,83 |
| Bandeirantes | 263,00 | 198,00 | 145,72 | 4.371,66 |
| Campo Mourão | 151,00 | 91,10 | 394,80 | 11.843,85 |
| Cianorte | 91,00 | 81,20 | 316,75 | 9.502,63 |
| Loanda | 83,00 | 153,00 | 95,99 | 2.879,80 |
| Londrina | 157,00 | 98,20 | 2.294,23 | 68.826,89 |
| Umuarama | 144,00 | 166,00 | 455,84 | 13.675,16 |

Os dados da tabela acima mostram a distâncias entre as origens e destinos e sua demanda a ser atendida. Desta forma é possível moldar estes dados e coloca-los em uma “forma padrão”, respeitando as características abaixo.

Min

$$62x_{11} + 198x_{12} + 91x_{13} + 81x_{14} + 153x_{15}$$
$$+98x_{16} + 166x_{17} + 140x_{21} + 263x_{22} + 151x_{23}$$
$$+91x_{24} + 83x_{25} + 157x_{26} + 144x_{27}$$

Sujeito à:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} = 63762$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} = 63762$$
$$x_{11} + x_{21} = 16425$$
$$x_{12} + x_{22} = 4372$$
$$x_{13} + x_{23} = 11844$$
$$x_{14} + x_{24} = 9503$$

$$x_{15} + x_{25} = 2880$$
$$x_{16} + x_{26} = 68827$$
$$x_{17} + x_{27} = 13675$$

O problema em questão não possui um custo como resultado final, este procura apenas minimizar a distância percorrida, em relação a demanda exigida.

Foi proposto o equilíbrio entre o total demandado pelo total fornecido. Desta forma, nas restrições 1 e 2, foram utilizados 63.762 Litros, como sendo o produzido por cada fábrica.

Com a utilização do solver criado, foram encontradas as soluções para este problema.

Tabela 2: Distribuição das origens para destinos em litros.

| Maringá | Quantidade (Litros) | Paranavaí | Quantidade (Litros) |
|---|---|---|---|
| $x_{11}$ | 16425 | $x_{21}$ | 0 |
| $x_{12}$ | 4372 | $x_{22}$ | 0 |
| $x_{13}$ | 11844 | $x_{23}$ | 0 |
| $x_{14}$ | 0 | $x_{24}$ | 9503 |
| $x_{15}$ | 0 | $x_{25}$ | 2880 |
| $x_{16}$ | 31122 | $x_{26}$ | 37705 |
| $x_{17}$ | 0 | $x_{27}$ | 13675 |

**Conclusões**

O problema em questão pode ser resolvido sem muitas dificuldades, devido a sua simplicidade e quantidade de informações. No entanto, este problema serve de exemplo para ilustrar o potencial prático de modelagem através de problemas de otimização, necessários na tomada de decisões em uma grande variedade de situações. Outro ponto possível de se analisar foi em relação ao funcionamento do solver, que possibilitou a resolução deste problema sem muitos problemas.

**Agradecimentos**

Agradeço aos meus orientadores, pelo suporte ao longo de todo o programa.

A Universidade Estadual de Maringá, pela oportunidade de participar do programa de iniciação científica.

**Referências**

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introdução à pesquisa operacional**. McGraw Hill Brasil, 2013.

LUENBERGER, David G. et al. **Linear and nonlinear programming**. Reading, MA: Addison-wesley, 1984