PROBLEMA ISOPERIMÉTRICO

Iago Aparecido da Silva Picolli (PIC/UEM), Fábio Matheus Amorin Natali (Orientador), e-mail: fmanatali@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá/Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Ciêcias Exatas e da Terra/Matemática.

Palavras-chave: séries de Fourier, problema isoperimétrico, cálculo das variações

Resumo

Nesta apresentação, será exibido um dos principais resultados vistos no projeto. Sendo visto um problema aparentemente simples e de fácil entendimento, chamado “Problema Isoperimétrico”, que consiste em encontrar a curva que engloba maior área entre todas as curvas de igual perímetro. Para encontrarmos tal solução, será utilizado Séries de Fourier, que são, intuitivamente, uma aproximação para funções sobre certas condições através de uma série infinita de senos e cossenos. Tais séries surgiram, inicialmente, no estudo de equações diferenciais parciais, porém, suas aplicações se estendem além disso, prova disso é o Problema Isoperimétrico.

Introdução

As Séries de Fourier surgiram inicialmente no estudo de equações diferenciais parciais, que modelam problemas da Física Matemática. Mas, suas aplicações vão, além disso. Uma bela aplicação é o Problema Isoperimétrico.

Conforme (GUEDES, F.D.,2007), este é um problema do Cálculo das Variações, cuja a origem se liga pitorescamente à fundação de Cartago, por Elisa (chamada de Dido, na Eneida), irmã do rei Pigmalião de Tiro. Segundo a lenda, a ela foi dito que ganharia a terra que pudesse cercar com o couro de uma vaca; cortando o couro e finas tiras, ela cercou um grande terreno de forma circular, o qual teria sido o núcleo inicial da cidade. A intuição feminina de Dido conduziu-a a escolher o círculo que é, de fato, a curva que engloba maior área entre todas as curvas de igual perímetro. Esse problema é hoje conhecido como o “Problema Isoperimétrico”, ou problema de Dido, o qual resolvemos aqui usando Séries de Fourier.

Materiais e Métodos

O projeto foi desenvolvido por meio de pesquisas bibliográficas e apresentações de seminários semanais ao orientador a fim de expor os resultados obtidos e de esclarecer possíveis dúvidas.

Resultados e Discussão

Apresentamos abaixo os principais resultados estudados sobre os quais falaremos na apresentação. Maiores detalhes podem ser encontrados nas referências listadas ao final desse resumo.

Inicialmente, os estudos foram baseados no conceito de Séries de Fourier. Tendo como um dos principais resultados o Teorema de Fourier, conforme (GUEDES, F.D.,2007):

Teorema 1: Seja f uma função contínua com domínio e contradomínio real, seccionalmente diferenciável e de período L. Então a série de Fourier da função f converge para a função f em todo P.

Apresentamos então o nosso problema. A área Λ englobada por qualquer curva simples plana fechada retificável C, de comprimento L, satisfaz à desigualdade: $\Lambda \leq L^2/4\pi$. Além disso, a igualdade ocorre se, e somente se, C é um círculo.

Com várias manipulações algébricas e através de ferramentas de Fourier, resolvemos tal problema.

Conclusões

Com base na teoria de Séries de Fourier, encontramos uma solução para nosso problema.

Agradecimentos

Agradeço ao professor Fábio Matheus Amorin Natali, pela orientação, paciência e incentivos

Referências

GUEDES, F. D. **Análise de Fourier e equações diferenciais parciais**. Ed. do IMPA: Rio de Janeiro, 2007.

LAGES, L. E. **Análise Real**. Ed. do IMPA: Rio de Janeiro, 1989.