UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO SEM DERIVADAS PARA RESOLVER O PROBLEMA LOVO

Mateus Filipe Tavares Carvalho (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Francisco Nogueira Calmon Sobral (Orientador), e-mail: fncsobral@uem.br, Emerson Vitor Castelani (Coorientador), e-mail: evcastelani@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas (CCE) / Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra / Matemática

Palavras - chave: lovo, métodos numéricos, otimização sem derivada

Resumo:

Uma das aplicações do cálculo diferencial é a resolução de problemas de otimização, o qual consiste em encontrar a melhor maneira de se solucionar um problema; seja ele de área, volume, entre outros. As respostas para os problemas de otimização são obtidas através do uso de máximos e mínimos da função, ou seja, encontrar qual é o ponto mais alto e o ponto mais baixo desta. Para uma resolução mais eficiente desses problemas, faz-se o uso de algoritmos, ou seja, método de repetição infinita. Ao se utilizar de função unimodal, serão apresentados dois algoritmos distintos: o Método da Redução da Incerteza, onde não se utiliza do cálculo de derivada, e o Método da Bisseção, onde o cálculo de derivada já se faz necessário. Esses algoritmos podem ser aplicados em problemas como o LOVO, por exemplo, no qual há um conjunto de pontos e encontra-se qual é a melhor função que se encaixa neste conjunto. Neste trabalho, apresenta-se o estudo e a implementação de dois algoritmos de otimização. Experimentos numéricos são realizados no problema de ajuste de uma reta a um conjunto de pontos.

Introdução

A otimização é uma área da matemática que soluciona problemas que envolvem funções matemáticas como, por exemplo, de área, volume, entre outros. As soluções são obtidas como máximos ou mínimos (STEWART, James, 2014). Neste trabalho a otimização está sendo usada para encontrar uma reta que passa pela origem e que se encaixa com o menor erro possível em um conjunto de pontos, através dos algoritmos de Redução da Incerteza (MARTÍNEZ, J. M & SANTOS, S. A., 1998) e Método da Bisseção (MARTÍNEZ, J. M & SANTOS, S. A., 1998), sendo o de Redução da Incerteza sem o uso de derivadas e o Método da Bisseção com o uso. Para calcular esse erro usamos duas estratégias matemáticas, distância de um ponto a uma reta (DANTE, L. R., 2008) e uma generalização deste método conhecido como LOVO (YANO, F., 2006).

Materiais e Métodos

Em otimização, os máximos e mínimos, propriedades de função, são as soluções dos problemas. Uma função f tem mínimo global em y se f(y) ≤ f(x) para todo x no domínio de f. Se tal propriedade valer em uma proximidade de y então f tem mínimo local em y (STEWART, James, 2014). Sabe-se que se f tem máximo ou mínimo local em y e f'(y) existe, então f'(y) = 0. Logo, a derivada é muito utilizada para se resolver problemas de otimização. Em funções unimodais, a resolução é feita através dos métodos de: Redução da Incerteza e Bisseção (MARTÍNEZ, J. M & SANTOS, S. A., 1998).

O algoritmo Redução da Incerteza é o algoritmo de uso simples para resoluções de problemas de otimização sem o uso de derivada. O algoritmo faz o uso da propriedade de função crescente e função decrescente. Seja f uma função unimodal e [a, b] as entrada do algoritmo. O algoritmos ira escolher c e d que respeitam a < c < d < b. Logo em seguida, irá calcular f(c) e f(d). Terminando a iteração, cria –se um novo intervalo, [a, d] ou [c, b], que tem a propriedade unimodal. O algoritmo para quando o intervalo é muito pequeno. O Método da Bisseção faz o uso da derivada com o seu conceito geométrico, ou seja, trabalha com a inclinação da reta tangente a função. Seja f' a derivada da função f e [a, b] as entradas do algoritmo. Dados a e b o algoritmo irá calcular c = 0.5(a + b). Após o cálculo de c, o algoritmo irá calcular f'(c). Depois desta iteração cria um novo intervalo, [a, c] ou [b, c], sendo este unimodal, reiniciando. O critério de parada é f'(c) = 0, pois é quando temos um máximo ou um mínimo ou quando é muito pequeno.

Na análise de dados, é muito importe o ajuste de retas para adquirir respostas mais exatas. Uma das formas de ajustar retas é calculando as distâncias dos pontos à reta, minimizando-a. Os problemas do tipo LOVO (YANO, 2006) podem ser usados para minimizar essa distância excluindo as distâncias mais longas.

Resultados e Discussão

Os algoritmos Método da Bisseção e Redução da Incerteza foram implementados em linguagem Julia (JULIA, 2017). Os resultados foram visualizados no GeoGeobra (GEOGEBRA, 2017). As funções testadas foram todas funções unimodais dadas pelo erro (medido pela distância) entre a reta e o conjunto de pontos dado. Essa abordagem foi generalizada com a aplicação de funções do tipo LOVO. Foi executado no algoritmo Redução da Incerteza o problema do erro e o problema LOVO, já no Método da Bisseção foi executado somente o problema do erro, pois a derivada da função é difícil de ser calculada.

A Figura 1 ilustra o método de Redução da Incerteza no problema de erro, a Figura 2 o método da Bisseção aplicado no problema do erro e a Figura 3 ilustra o LOVO aplicado neste mesmo problema, resolvido pelo Método da Redução da Incerteza.

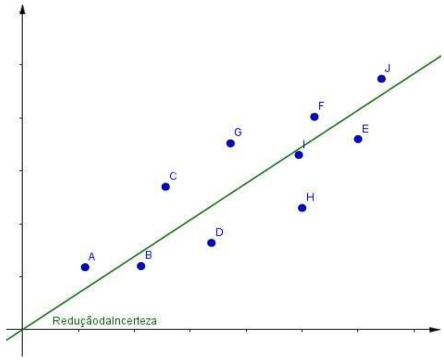

Figura 1 – Solução do problema do erro pelo Método da Redução da Incerteza.

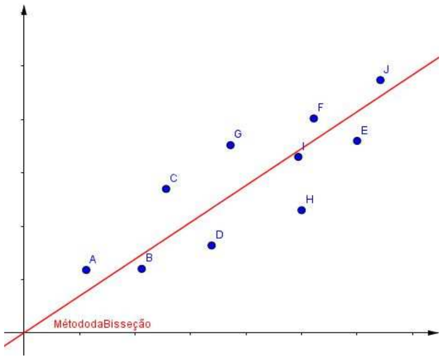

Figura 2 – Solução do problema do erro pelo Método da Bisseção.

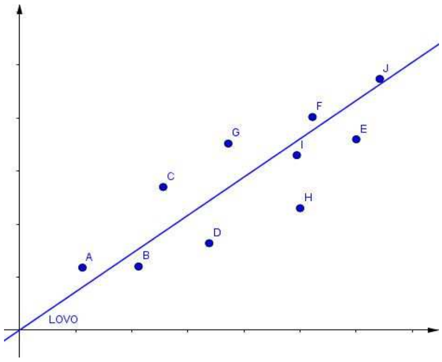

Figura 3 – Solução do problema LOVO pelo Método da Redução da Incerteza.

Conclusões

Conclui-se, que através de métodos simples de otimização são obtidas soluções de problemas difíceis, em particular o LOVO. É essencial ressaltar a importância da utilização dos algoritmos Método da Bisseção e Método da Redução da Incerteza por serem de fácil aplicação e, este último, sendo ainda mais crucial por não necessitar do cálculo de derivada.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade de fazer este trabalho e também por me dar forças para concluí-lo. Aos meus pais e à minha namorada pelo apoio e paciência. Meu reconhecimento também ao professor Francisco Nogueira Calmon Sobral pela paciência e colaboração no decorrer do trabalho. E por último, mas não menos importante, à Fundação Araucária (processo nº 3306/2016) pela bolsa de estudo concedida.

Referências

STEWART, J. **Cálculo Volume 1**: Aplicações de Derivadas. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

MARTÍNEZ, J. M & SANTOS, S. A. **Métodos Computacionais de Otimização**: Minimização Unidimensional. 1. ed. São Paulo, 1998.

DANTE, L. R. **3 Ensino Médio Matemática contexto e aplicação**: Geometria analítica: ponto e reta. 3. Ed. São Paulo, 2008.

YANO. F. S. **Otimização da menor soma de valores ordenados.** 2006. Tese(Doutorado) – Programa de Pós – Graduação em Matemática Aplicada, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

JULIA. https://julialang.org/. Acesso em: 2017.

GEOGEBRA. https://www.geogebra.org/. Acesso em: 2017.