

A GEOMETRIA DO TÁXI

Henrique Tapparelo Moresco (PIC/ UEM), Patrícia Hernandes Baptistelli (Orientadora), e-mail: phbaptistelli@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas / Maringá, PR.

Matemática / Geometria.

Palavras-chave: Geometrias não-euclidianas, Táxi-elipse, Simetrias.

Resumo:

Desde a Grécia antiga, o quinto postulado de Euclides vem sendo motivo de muitas discussões no mundo da Matemática. Em um primeiro momento, inúmeros matemáticos se debruçaram para prová-lo como um teorema, sem sucesso. Posteriormente, sua negação deu origem a algumas interessantes abordagens, como as geometrias não-euclidianas. Neste contexto surge a geometria do táxi, que tem o intuito de modelar as ruas de um ambiente urbano. Com base na definição padrão das cônicas, em especial da elipse, é possível observar quais são as consequências em seu formato geométrico, comparando-o com o que se conhece na geometria euclidiana e descrevendo-o sob uma perspectiva diferente da tradicional. Nesse novo ambiente geométrico, observamos a existência de simetrias no gráfico da elipse.

Introdução

Quando se fala em geometria, logo se pensa no matemático grego Euclides de Alexandria (anos IV e III a.C.) e, conseqüentemente, em seu livro “Os Elementos”, escrito por volta de 300 a.C., cujas ideias são estudadas e discutidas até os dias atuais. Tal livro se baseia em cinco axiomas, ou seja, sentenças que não podem ser provadas e, se admitidas, criam uma nova teoria.

Um desses axiomas causou certo desconforto no ambiente matemático da época. O quinto postulado, por sua natureza mais complexa de compreensão, não foi aceito com facilidade como axioma. Contudo, mais tarde provou-se que o quinto postulado de Euclides era, de fato, um axioma. As discussões oriundas de sua negação não foram desprezadas e a partir delas surgiram novas geometrias, as intituladas geometrias não-euclidianas. Uma delas é a geometria do táxi, que como o próprio nome diz está intimamente relacionada a um ambiente urbano.

A geometria do táxi tenta fazer um alicerce entre as ideias matemáticas e o ambiente urbano de uma grande cidade. Isso se deve ao fato da geometria

do táxi estar definida sobre uma malha quadriculada, uma analogia direta com as ruas de um perímetro urbano. Tal malha quadriculada é construída a partir do plano euclidiano com a substituição da métrica usual pela métrica da soma.

Neste novo contexto e com base na teoria apresentada em Cruz (2015), nos perguntamos como se comportam os objetos geométricos e se eles possuem as mesmas propriedades provenientes da geometria euclidiana. O objetivo principal deste trabalho é responder tais questionamentos, tomando como objetos de estudo as cônicas. Com ênfase na táxi-elipse, usamos a métrica da soma para analisar suas propriedades de simetria.

Materiais e métodos

A pesquisa foi realizada por meio de estudos individuais das referências bibliográficas e de apresentações orais. Das discussões, surgiram os esclarecimentos necessários à fixação dos conceitos e aplicações.

Resultados e Discussão

Uma elipse é o lugar geométrico dos pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos é uma constante. Embora essa definição seja apresentada em qualquer curso de Geometria Analítica, a maneira de se calcular distâncias depende da métrica e não é, de forma alguma, única. Por isso, podemos aplicar na definição de elipse a métrica da geometria do táxi. Assim como ocorre na geometria euclidiana, é possível obter uma forma padrão para a equação da elipse nessa nova geometria. Mais especificamente, se $P = (p,q)$ e $R = (r,s)$ são os pontos fixos, então a táxi-elipse é o conjunto dos pontos (x,y) do plano tais que

$$|x - p| + |y - q| + |x - r| + |y - s| = 2a,$$

onde a é uma constante real positiva. Na busca dos pares ordenados que satisfaçam a equação acima, consideramos duas formas de construção da táxi-elipse, uma delas levando em consideração as simetrias existentes na cônica. Em ambos os casos, obtemos o gráfico como na Figura 1.

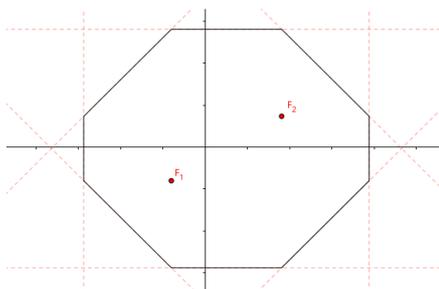


Figura 1 – Elipse na Geometria do Táxi.

Com relação às propriedades da táxi-elipse, constatamos que as translações, assim como na geometria usual, são aplicações isométricas, ou seja, preservam a distância entre quaisquer dois pontos. No entanto, diferentemente do que se vê na geometria euclidiana, a rotação não preserva a distância entre os pontos da elipse na geometria do táxi.

Conclusões

Neste projeto, analisamos propriedades importantes existentes na geometria do táxi e suas conseqüências no estudo das cônicas nesse contexto. Em particular, as táxi-elipses são figuras isométricas por uma translação, mas não por uma rotação, sendo essa uma diferença relevante com as elipses da geometria euclidiana. Outra observação interessante está na estrutura quadriculada das táxi-elipses, em conformidade com a estrutura das ruas de um ambiente urbano.

Agradecimentos

À minha orientadora, ao FNDE e ao PET.

Referências

CRUZ, E. O. **A Geometria do Táxi: a Táxi-elipse**. 2015. 72f. Dissertação (Mestrado) Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2015.