

## NOÇÕES DE MECÂNICA NEWTONIANA E LAGRANGEANA ATÉ AS EQUAÇÕES DE HAMILTON

Leonardo Vieira dos Santos Ramos (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Maria Elenice Rodrigues Hernandez (Orientador), e-mail: merhernandes@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

### Física e Física Clássica

#### 1. **Palavras-chave: Mecânica Newtoniana, mecânica Lagrangeana, mecânica Hamiltoniana**

#### **Resumo:**

O principal objetivo deste trabalho, foi o estudo de algumas ferramentas para abordar o problema do movimento dos corpos, sob o ponto de vista da mecânica Newtoniana, passando pela Lagrangeana até a mecânica Hamiltoniana. O entendimento físico e matemático da área que estuda o movimento dos corpos e o que os causa (Cinemática e Dinâmica, respectivamente), sempre foi muito importante para a humanidade. Três importantes cientistas conseguiram entender como esses fenômenos aconteciam, são eles: Isaac Newton (1643-1727), Joseph Louis Lagrange (1736-1813) e William Rowan Hamilton (1805-1865). Para mais detalhes ver [1].

Iniciamos fazendo um breve estudo sobre as três leis de Newton, que regem o movimento dos corpos. Em seguida vimos como este problema foi abordado por J. L. Lagrange, em que ele descreve a dinâmica dos corpos através do conceito de energia. E finalizamos com a mecânica vista sob o olhar de W. R. Hamilton, que apresenta uma nova abordagem para as equações de Lagrange. Neste contexto a álgebra simplética tem um papel fundamental.

#### **Introdução**

O estudo das partículas que compõem os átomos intriga os cientistas até hoje. Os físicos que estudaram o movimento desses átomos se depararam com um problema, ao tentarem utilizar a mecânica Newtoniana, que descrevia sistemas sob ação de forças e determinava a posição e a velocidade delas a cada instante do tempo. Eles perceberam que não era possível determinar nenhuma das duas coisas ao mesmo tempo. Ou seja, ou se determinava posição ou velocidade. Com isso tentou-se descrever a dinâmica destas partículas através da energia delas, utilizando as equações de Lagrange e Hamilton (ver [1] e [2]). Foi devido à mecânica Hamiltoniana que puderam ser tratados problemas físicos a altas velocidades e com

partículas subatômicas. Áreas como a mecânica Quântica e o Eletromagnetismo começaram a se desenvolver a partir do desenvolvimento da mecânica Hamiltoniana.

As diferenças entre essas mecânicas são de extrema importância no contexto físico e também matemático. E explorar estas diferenças é um dos objetivos deste projeto.

## Materiais e métodos

Utilizou-se como materiais, artigos e livros referentes ao tema deste trabalho. Estes foram estudados e apresentados semanalmente pelo acadêmico, através de seminários, em que eram expostos as definições, teoremas e exemplos referentes ao estudo daquela semana.

## Resultados e Discussão

Através do estudo da mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana conseguimos estudar alguns problemas físicos na visão de cada uma delas, utilizando conceitos de força e energia. Como resultado deste estudo, analisamos, em particular, o problema do pêndulo sob o ponto de vista da Mecânica Newtoniana, Lagrangeana e Hamiltoniana. Este problema consiste em uma esfera de metal e um barbante de tamanho fixo. Ao tentarmos descrever esse sistema através da mecânica Newtoniana, surge a dificuldade de se resolver uma equação diferencial de segunda ordem além da identificação das forças presentes no pêndulo. Com a mecânica Lagrangiana, o problema em relação a identificação das forças não é um fator preocupante, já que iremos descrever o sistema através da energia dele. Porém, a solução da equação diferencial de segunda ordem ainda persiste. Este problema passa a ser resolvido de uma maneira mais simples com a utilização da mecânica Hamiltoniana, em que passamos a ter que resolver um sistema de equações de primeira ordem. Ainda assim, nem sempre as soluções destas equações são fáceis de serem obtidas. Contudo, pode-se tentar fazer uma mudança de coordenadas, por exemplo, para facilitar a sua solução tomando cuidado para não alterarmos a Hamiltoniana do problema.

## Conclusões

Concluimos que a mecânica Newtoniana foi e ainda é muito importante para a física. Porém com a necessidade do estudo de partículas subatômicas e o Eletromagnetismo foi necessário uma reformulação da mecânica Newtoniana. Para tanto foi utilizado, principalmente, o conceito de energia. Foram introduzidos, portanto, duas novas abordagens, a mecânica Lagrangeana e a Hamiltoniana. A formulada por Hamilton teve papel fundamental na Quântica e também no Eletromagnetismo

## Agradecimentos

Agradeço à Universidade Estadual de Maringá por ter me concedido a bolsa de estudos para este projeto de iniciação científica. Agradeço também ao Departamento de Matemática e a Professora Doutora Maria Elenice Rodrigues Hernandez. E finalmente aos meus familiares por todo o apoio que me foi dado para a conclusão deste projeto de iniciação científica.

## Referências

1. Aguiar, M.A.M. **Tópicos de Mecânica Clássica**. Disponível em: <https://sites.ifi.unicamp.br/aguiar/files/2014/10/top-mec-clas.pdf>. Acesso em: 22/07/2018.
2. Torres del Castillo G.F. **The generating function of a canonical transformation**. Revista Mexicana de Física, 57, 158-163 (2011).