

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DAS TÉCNICAS FOTOTÉRMICAS – PARTE 2

Hygor Benati Gonçalves (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Nelson Guilherme Castelli Astrath
(Orientador), e-mail: hygorbenati@hotmail.com

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas e da Terra /Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra: Física

Palavras-chave: FDTD, Algoritmo de Yee, Equações de Maxwell.

Resumo:

Neste projeto, foi estudado o método teórico utilizado para solução de problemas eletromagnéticos: o método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). Mais especificamente, o desenvolvimento teórico do FDTD e a implementação do método em uma dimensão foram realizados, visando o entendimento e a simulação de ondas planas.

Introdução

O efeito que a pressão de radiação da luz causa na matéria é algo que vêm sendo estudado há séculos: desde Johannes Kepler (1571-1630) com a pressão da luz solar causando desvios nas caudas dos cometas, até experimentos mais atuais que buscam o entendimento do efeito.

Nesse contexto, James Clerk Maxwell (1831-1879) teve grande influência, uma vez que previu em 1873 [1] que o efeito da pressão de radiação exercida sobre um material poderia ser interpretado como a transferência de momento da luz. A partir disso, diversos modelos teóricos e experimentais surgiram a fim de explicar melhor esse evento e, em especial, como esse momento da luz poderia ser descrito. Nesse âmbito, destacaram-se vários trabalhos, especialmente as descrições de Abraham e Minkowski que explicaram a transferência de momento da luz de duas maneiras conflituosas e, portanto, iniciaram um debate [2]. Essa discussão ainda existe atualmente e dura há mais de um século, já que ainda há uma limitação tanto experimental quanto teórica para a descrição e observação completa do fenômeno.

Nesse sentido, o grupo vem trabalhando para melhorar cada vez mais seus trabalhos. Por um lado, experimentalmente, equipamentos estão sendo trocados e novos aparatos estão sendo implementados. Por outro lado, na parte teórica, o grupo vem trabalhando nos últimos anos com um método que se mostrou muito eficaz: o método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). O FDTD utiliza as equações de Maxwell para simular a propagação de ondas eletromagnéticas e com isso, simular o efeito da pressão de radiação, dentre outros.

Revisão de literatura

O Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) vem sendo amplamente utilizado com sucesso em várias áreas que envolvem problemas eletromagnéticos. O método destaca-se pela sua relativa simplicidade e começou a ser desenvolvido por Kane S. Yee em 1966 [3] quando o mesmo apresentou um modelo teórico de discretização das equações de Maxwell, e até hoje vem sendo utilizado.

Equações de Maxwell

O ponto de partida para a construção do FDTD são as equações de Maxwell. Esse conjunto de quatro equações descreve por completo todo o comportamento físico das grandezas eletromagnéticas, e é composto por:

$$\nabla \cdot \varepsilon E = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mu H = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times E = - \frac{\delta B}{\delta t} \quad (3)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\delta D}{\delta t} \quad (4)$$

Sendo (1) a Lei de Gauss, que faz uma relação entre o fluxo do campo elétrico que atravessa uma superfície fechada com a densidade de carga elétrica limitada pela superfície, ou seja, $\nabla \cdot D = \rho$, na forma diferencial, onde $D = \varepsilon E$. Em (2) tem-se a Lei de Gauss para o Magnetismo, que descreve o divergente do campo magnético induzido, em um material com permeabilidade μ , sendo igual a zero. A Lei de Faraday (3) relaciona como um campo magnético variando no tempo induz um campo elétrico. Na (4) temos a Lei de Ampère (ou Lei de Ampère-Maxwell), que descreve uma relação onde o campo magnético pode ser gerado a partir de corrente superficial J e da variação no tempo da indução elétrica D .

O algoritmo de Yee

Como proposto por Kane S. Yee em 1966 [3] o FDTD utiliza uma solução simples para a discretização das equações de Maxwell. Quando discretizados, os campos formam espécies de grades que são posicionadas de modo que possibilite, e facilite, o cálculo dos campos desconhecidos.

A montagem do algoritmo se resume em substituir todas as derivadas das equações de Maxwell (Lei de Faraday e Lei de Ampère) por diferenças finitas. Ou seja, discretizar as equações tanto no espaço quanto no tempo. Em seguida, resolver as equações para que se possa obter as chamadas "equações de avanço",

que relacionam os campos futuros em função dos campos já existentes. Dessa forma, pode-se descobrir o valor do campo elétrico futuro a partir da variação do campo magnético conhecido. E, também, descobrir o valor do campo magnético futuro a partir da variação do campo elétrico conhecido. Considerando o caso de uma onda propagando unidimensionalmente, temos de (3) e (4):

$$\frac{\delta E_x}{\delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\delta H_y}{\delta z} \quad (7)$$

e

$$\frac{\delta H_y}{\delta t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta E_x}{\delta z} \quad (8)$$

Discretizando essas equações e resolvendo-as para que se possa obter as equações de avanço, temos:

$$E_x^{n+1/2}(m) = E_x^{n-1/2}(m) + \frac{\delta t}{\epsilon_0 \delta z} (H_y^n(m-1/2) - H_y^n(m+1/2)) \quad (11)$$

e

$$H_y^{n+1}(m+1/2) = H_y^n(m+1/2) + \frac{\delta t}{\mu_0 \delta z} (E_x^{n+1/2}(m) - E_x^{n+1/2}(m)). \quad (12)$$

Note que E_x e H_y estão deslocados metade do tamanho de um passo espacial (m) e metade de um passo temporal (n). Dessa maneira, será possível descobrir mais facilmente os valores dos campos futuros a partir dos já existentes.

Diante da Figura 1, pode-se observar o algoritmo de Yee esquematizado. Para descobrir o valor do campo elétrico, por exemplo, no tempo $(n+1/2)$ e espaço m (circulado na figura), usa-se dos campos magnéticos, nos pontos do espaço $(m-1/2)$ e $(m+1/2)$ e no tempo n , e o campo elétrico no espaço m e tempo $(n-1/2)$.

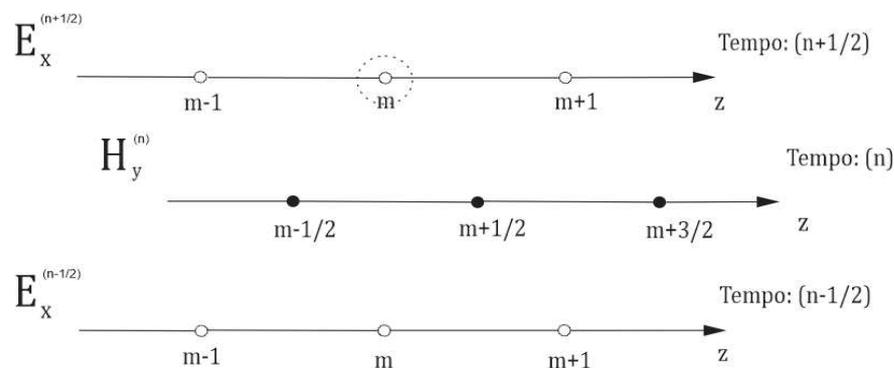


Figura 1 - Algoritmo de Yee unidimensional esquematizado. Em destaque o campo elétrico no espaço m e tempo $(n+1/2)$.

Resultados e Discussão

A implementação computacional do FDTD se dá por meio das equações de avanço (11) e (12). Para escrever o código que calcula os campos futuros a partir dessas equações, e assim fazer a simulação, é preciso definir alguns parâmetros:

- Escolher o tamanho ME das matrizes do campo elétrico E e do campo magnético H , que será o tamanho total do domínio.
- Descobrir o tamanho dos passos no tempo Δt que serão necessários para a resolução escolhida.

- Definir um "loop" para o cálculo dos campos em um certo número de passos. Ou seja, fazer o cálculo dos campos em ciclos até que o tempo expire.
- Colocar em ciclos, também, o cálculo do campo $E_x(m)$, de acordo com a equação de avanço (11), dentro de todo o domínio ME.
- Definir um ciclo para o cálculo do campo magnético $H_y(m)$, de acordo com sua equação de avanço (12) para todo o domínio ME.
- Inserir uma fonte em um ponto KS no domínio ME.

Nesse contexto, para definir o tamanho ME é necessário ter pelo menos 10 células por comprimento de onda (nesse caso, o menor comprimento de onda da simulação). Esse tamanho é considerado o mínimo para que se tenha uma simulação adequada. Para definir os passos no tempo é preciso considerar as condições de estabilidade. Por essa razão, a componente do campo não pode propagar mais do que uma célula de espaço dentro do intervalo Δt . Ou seja,

$$\Delta t \geq \frac{\Delta z}{c_0 \sqrt{d}} \quad (13)$$

Onde c_0 é a velocidade da luz, Δz o tamanho da célula e \sqrt{d} está relacionado a quantidade de dimensões, que, para o nosso caso, vale 1, pois a simulação é unidimensional.

Em sequência, basta definir uma fonte de excitação, podendo ser tanto gaussiana quanto harmônica. A fonte gaussiana tem a seguinte estrutura:

$$f(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{w}\right)^2}, \quad (14)$$

sendo w o parâmetro de largura e t_0 o tempo de início do pulso. Quando $t = t_0$ o pulso tem seu valor máximo.

Além disso, a fonte também pode ser harmônica com o seguinte formato:

$$f(t) = \cos(wt), \quad (15)$$

onde $w = \frac{2\pi}{\lambda}$, sendo λ o comprimento da onda.

Conclusões

Nesta etapa final do trabalho, a introdução ao FDTD e a implementação unidimensional do método foram estudadas e essa técnica teórica se mostrou muito útil para solução de problemas eletromagnéticos.

Agradecimentos

Agradeço às agências Capes, Fundação Araucária e CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, Vol. 2, (Clarendon Press, Oxford, 1873).
- [2] P. Bowyer, The momentum of light in media: the Abraham-Minkowski controversy, Thesis, School of Physics Astronomy, Southampton (2005).
- [3] YEE, K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equation in isotropic media. IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-14, p. 302–307, Maio 1966.