

IMPLEMENTAÇÃO DE ROTINA EM C++ PARA ANÁLISE DE CHAPAS DISCRETIZADAS EM ELEMENTOS CST

Bheatriz Urias Paiva (PIC/UEM), Wilson Wesley Wutzow (Orientador), e-mail:
ra102627@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Tecnologia / Departamento de
Engenharia Civil / Maringá, PR.

Engenharia Civil – Mecânica das estruturas.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos, elementos triangulares de aproximação constante, método da energia.

Resumo

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico que consiste na divisão do domínio analisado em uma quantidade discreta de elementos, para os quais admite-se aproximações das grandezas estudadas, simplificando os cálculos que as envolvem. À medida que se aumenta a quantidade de divisões ou melhora-se a aproximação nos elementos, o modelo tende a representar melhor o resultado esperado. O presente projeto visou à formulação do método dos elementos finitos para a análise de tensão e deformação em chapas, a fim de atingir resultados coerentes que validassem o modelo adotado. Para tanto, foi realizado um estudo deste método para o cálculo dos deslocamentos em modelos bidimensionais, admitindo-se um dos estados planos. Foi utilizado, para a discretização do domínio, o elemento triangular de deformação constante (CST) e então foi implementada a rotina de cálculo na linguagem computacional C++. Os resultados obtidos foram analisados por meio de modelos visuais, gerados com o auxílio do software para pós processamento de dados, e gráficos realizando a comparação com referências na literatura e artigos já publicados, constatando a sua coerência.

Introdução

O método dos elementos finitos (MEF) foi desenvolvido a partir do método de Rayleigh-Ritz, com a aplicação para problemas físicos como análises estruturais, no entanto, seu potencial foi rapidamente reconhecido, sendo atualmente empregado para diversas áreas como análise de sólidos, estruturas, transferência de calor, análise de fluidos e solos por exemplo. O MEF resume-se na divisão do domínio definido pelo modelo em um número discreto de elementos, ligados por meio de pontos denominados nós. Dessa forma, o número infinito de pontos no domínio, com incógnitas a determinar, é substituído pelo conjunto de pontos nodais, com um número finito de incógnitas.

Este método pode ser utilizado como uma aplicação do princípio da mínima energia total, que enuncia que os deslocamentos de uma estrutura em equilíbrio estável tornam mínima a energia potencial da estrutura. Em outras palavras, uma estrutura

que está em equilíbrio estável se deformou de modo a gastar o mínimo de energia potencial total, segundo Vaz, L. E. (2011). Partindo deste princípio é possível deduzir a equação que relaciona os deslocamentos, o carregamento aplicado e matriz de rigidez da estrutura. Este projeto consistiu na aplicação desta formulação por meio da sua implementação na linguagem computacional C++ e posteriormente, na análise comparativa dos resultados.

Materiais e métodos

Pelo método da energia, tem-se que a soma da energia interna e do trabalho das forças externas deve ser nulo para um objeto estático. Dessa definição deduz-se a equação 1, onde $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos e $[F]$ é o vetor de carregamento, conforme Paiva, B. J. (2017). Com os deslocamentos determinados, é possível calcular as tensões e deformações nos elementos.

$$[K]\{u\} = [F] \quad 01$$

A matriz de rigidez do modelo (matriz de rigidez global) é construída a partir da sobreposição das matrizes de rigidez de cada elemento. A matriz de rigidez local depende da geometria do elemento escolhido e de seu grau de aproximação. Foi escolhido o elemento triangular de deformação constante (CST), que possui aproximação linear dos deslocamentos. A matriz de rigidez do elemento é obtida por meio da equação 2, onde D é a matriz de elasticidade e B a matriz de compatibilidade cinemática. Para materiais elástico lineares, a matriz D , é constante e, para o elemento CST, a matriz B também é constante, portanto, a equação 2 pode ser escrita conforme a equação 3, dispensando a integração das matrizes.

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad 02$$

$$[K] = [B]^T [D] [B] V \quad 03$$

Admitindo-se um material elástico linear, e o estado plano de tensão, para o qual não existe carregamento atuando perpendicularmente ao plano médio da estrutura e em que as tensões no eixo z são nulas, a matriz de elasticidade é dada pela equação 4. Caso seja adotado a hipótese de estado plano de deformação, substitui-se os valores de E , módulo de elasticidade, e ν , coeficiente de Poisson, pelos valores explicitados na equação 05.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad 04$$

$$E = \frac{E}{1-\nu^2} \text{ e } \nu = \frac{\nu}{(1+\nu)} \quad 05$$

As operações descritas acima foram implementadas em uma rotina de cálculo na linguagem computacional C++.

Resultados e Discussão

Os resultados obtidos foram usados para criar o modelo gráfico com auxílio do software Paraview, obteve-se, entre outros, o modelo representando a tensão no eixo x, explicitado na figura 1.

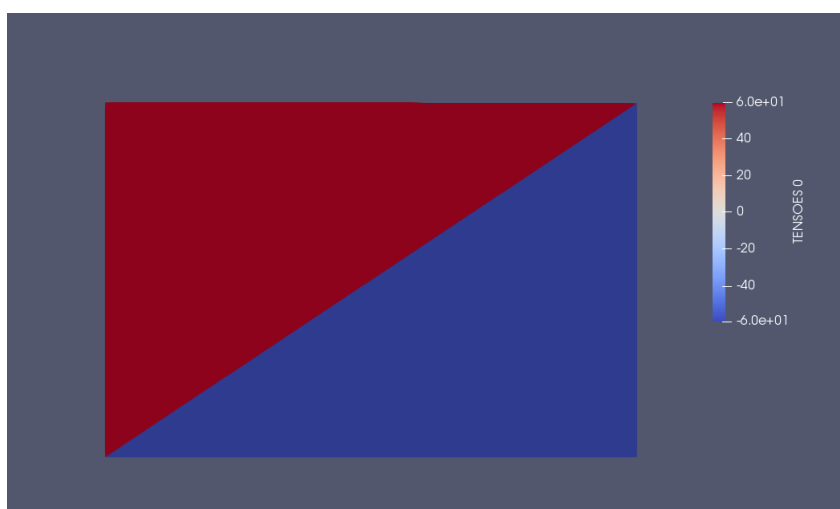


Figura 1

Os valores de tensão e deslocamento foram então comparados com os obtidos por Nallasivam J.D. et.al (2017), a partir destes dados, foi calculado o desvio entre as formulações. Além disso, comparou-se com os valores obtidos no software Ansys, encontrados também no artigo de Nallasivam J.D. et.al (2017). Esta análise foi exposta nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1- Deslocamento

	calculado				Nallasivam J.D. et.al (2017)			
Nó	0	1	2	3	0	1	2	3
deslocamento x	0	0,089228	0,0386739	0	0	0,089228	0,038674	0
deslocamento y	0	0	-0,266462	0	0	0	-0,26646	0
desvio x	0	0	0	0				
desvio y	0	0	0	0				

Tabela 2-Tensão

Elemento	Calculado		Ansys		Nallasivam J.D. et.al (2017)		Desvio em padrão	
	0	1	0	1	0	1	0	1
tensão x	-59,7457	59,7457	-60,3449	60,3449	-59,7460	59,7460	0,282395	0,282395
tensão y	-573,3600	19,1186	-579,1247	19,3131	-573,3600	19,1190	2,717506	0,091594
tensão xy	-39,8305	-139,9600	-40,2248	-141,3643	-39,8300	-139,9600	0,185993	0,661993

Conclusões

Este projeto visou prever a deformação e tensão em chapas submetidas à uma carga pontual, utilizando o elemento triangular de tensão constante (CST). A análise foi realizada comparando os resultados obtidos por meio da rotina de cálculo com os resultados obtidos por Nallasivam J.D. et.al (2017) para a mesma estrutura, material, condições de contorno e carregamento. O desvio entre os resultados obtidos foi mínimo, tanto para tensão quanto para deslocamentos. Por fim é possível concluir que a formulação adotada está de acordo com o esperado.

Agradecimentos

Agradeço ao orientador Wilson Wesley Wutzow, e Universidade estadual de Maringá, pelo incentivo e oportunidade.

Referências

PAIVA, J. B.; LINS, R. M.; SAMPAIO, M. do S. M. **Set-0601 Introdução ao Método dos Elementos Finitos**. São Carlos, 2012.

NALLASIVAM J.D., BABU B., KANDASAMY K., DINESAN D. Finite Element Analysis of Steel C15 Plate Using CST Element. **International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRASET)**, v.5, c.12, 2017.

VAZ, L. E. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. Rio de Janeiro, Elsevier, 2011.