ALGUNS TEOREMAS FUNDAMENTAIS DA ANÁLISE FUNCIONAL

Layanne Raquel Pereira Lobato (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Marcelo Moreira Cavalcanti (Orientador), Claudete Matilde Webler Martins(Co-orientadora) e-mail: ra104082@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas /Maringá, PR.

Palavras-chave: Análise Funcional, Teoremas Fundamentais, Teorema da Aplicação Aberta.

Resumo:

Neste trabalho estamos interessados em estudar alguns teoremas importantes da área de Analise Funcional.

Introdução

Iniciaremos a apresentação mostrando algumas definições e exemplos envolvendo conjuntos abertos e aplicações abertas que contribuirão para o melhor entendimento sobre o Teorema da Aplicação Aberta.
Em sequência enunciaremos um Lema que é essencial para a demonstração do Teorema e finalizaremos com a sua demostração.

Materiais e métodos

Foram realizadas pesquisas bibliográficas, estudo e discussão teórica do tema abordado.

Resultados e Discussão

Apresentaremos abaixo as definições necessárias para compreender o Teorema da Aplicação Aberta, estas e outras propriedades que podem ser encontradas em [1]-[5].

A bola aberta de centro a e raio r é o conjunto B(a;r) dos pontos de M cuja distância ao ponto a é menor do que r. Ou seja,
B(a;r)={x € M; || x-a || <r}.

Seja X um subconjunto de um espaço normado M. Um ponto a € X diz-se um ponto interior a X quando é centro de uma bola aberta contida em X, ou seja, quando existe r>0 tal que || x-a ||<r implica que x € X. Chama-se o interior de X em M ao conjunto Int X formado pelos pontos interiores a X.

Um subconjunto A de um espaço normado M diz-se aberto em M quando todos os seus pontos são interiores, isto é, Int A=A.

Sejam X e Y espaços métricos. Então T: X → Y, com domínio D(T) $\subseteq$ X é chamado de aplicação aberta se para todo conjunto aberto em D(T) a imagem é um conjunto aberto em Y.

(Exemplo 1) Seja N um espaço normado discreto. Toda aplicação g:M → N é aberta, pois todo subconjunto de N é aberto.

(Exemplo 2) Seja h:R → R dada por h(x)=x^2, então para A=(-a,a) temos h(A)=[0,a^2), que não é um subconjunto aberto de R. Portanto h não é uma aplicação aberta.

(Lema) Seja T um operador linear contínuo e sobrejetor de um espaço de Banach X em um espaço de Banach Y. Então existe uma constante c tal que B(0,c) $\subseteq$ T(B(0,1)).

(Teorema da Aplicação Aberta) Sejam X e Y espaços de Banach e T: X→ Y um operador linear contínuo e sobrejetivo. Então T é uma aplicação aberta

Para finalizar, demonstraremos o Teorema acima.

Conclusões

O projeto de Iniciação científica permitiu estudarmos a fundo alguns teoremas Fundamentais, incluindo o Teorema da Aplicação aberta, e possibilitou reescrever detalhadamente vários resultados envolvendo os teoremas estudados.

Agradecimentos

Agradeço ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Referências

[1] CAVALCANTI, M. M.; CAVALCANTI, V. N., KOMORNIK. Introdução a Análise Funcional, Maringá: Eduem,2011.

[2] DE OLIVEIRA, C. R. Introdução a Análise Funcional. 2.ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2005. v.1.

[3] KREYSZIG, E. Introductory Functional Analysis with Applications. Wiley, New York, 1989.

[4] LIMA, E. L. Curso de analise; v.1. 12.ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matematica Pura e Aplicada, 2010.

[5] LIMA, E. L. Espaços Métricos. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada,
1977.
.

Esta deve ser a quarta e última página de seu resumo. **Não ultrapasse 4 páginas**. Caso contrário poderá ser solicitado que você o corrija. Fique atento!