

ESTUDANDO O MODELO GENERALIZADO PEDRA-PAPEL-TESOURA NO CONTEXTO DA DINÂMICA DE POPULAÇÕES

Gabriel Marino de Oliveira (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Breno Ferraz de Oliveira
(Orientador), e-mail: bfoliveira@uem.br

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Física / Física Geral

Palavras-chave: Dinâmica de Populações, *Rock-Paper-Scissors*, May-Leonard

Resumo:

Neste trabalho estudamos a evolução de N espécies interagindo de acordo com as regras do jogo Pedra-Papel-Tesoura (RPS), bem como todas as espécies interagindo com todas. Para cada tipo de interação surge um padrão espacial das distribuições das espécies. No caso das espécies interagindo de acordo com as regras do RPS, surgem espirais com N braços. No modelo RPS foi utilizada a Transformada de Fourier para se encontrar a frequência característica com que uma espécie domina.

Introdução

A ecologia é o ramo da Biologia que estuda a relação e a distribuição dos seres vivos no espaço e no tempo. A principal preocupação desse ramo é explicar a biodiversidade que apesar de sua complexidade, existem modelos simples que conseguem fazer uma boa aproximação para o que se encontra na Natureza, um deles modelos é o de Lotka-Volterra [1,2] que descreve a coexistência de presas e predadores por meio de um par de equações diferenciais não lineares. Outro modelo é o *Rock-Paper-Scissors* (RPS, do inglês "Pedra-Papel-Tesoura") no qual é estabelecido regras de predação que são baseadas no jogo de Pedra-Papel-Tesoura, das quais partem da premissa de que como no jogo só haverá interações cíclicas e não-hierárquicas, ou seja, todo indivíduo do sistema preda e tem um predador. Exemplificando como no jogo, tem-se a pedra que preda a tesoura, a tesoura preda o papel e o papel preda a pedra. Alguns exemplos observados na natureza que se assemelham a esse modelo são os de lagartos da espécie *Uta Stansburiana* [3] e de bactérias do tipo *Escherichia Coli* [4]. Devido as dificuldades associadas a experimentos com seres vivos surge então a necessidade de outros meios de se realizar experimentos para poder se estudar a biodiversidade contida no planeta. O que torna muito conveniente a utilização da programação e de modelos matemáticos para tentar reproduzir o que haveria de acontecer na natureza.

Assim foi escolhido realizar simulações utilizando o modelo RPS [5] na linguagem de programação C, aonde então foram realizadas simulações com três, quatro e cinco espécies sendo que com três espécies seria a forma padrão do modelo RPS e foi expandido o modelo para mais espécies para observar se os resultados eram mantidos. Para três a regra de interação entre as espécies é como no jogo Pedra-Papel-Tesoura aonde se nomeia cada espécie com um número de modo a tratar o sistema da forma mais generalizada possível, então tem-se que a espécie 1 preda a espécie 2, a espécie 2 preda a espécie 3 e a espécie 3 preda a espécie 1, assim formando um ciclo e uma regra não-hierárquica. Para mais espécies pode-se esperar que a espécie n preda a espécie $n+1$ até que a última preda a primeira, porém não é o que ocorre; pois a espécie n não interagirá com a espécie $n+2$ assim formando domínios aonde as espécies que não interagem entre si passam a se proteger. Assim surge a necessidade de adicionar a regra aonde a espécie n preda e será predada pela a espécie $n+2$.

Materiais e métodos

Os materiais utilizados no projeto foram o próprio notebook do aluno pesquisador e os softwares de licença aberta Gnuplot e Visual Studio Code. Os métodos utilizados foram a programação em linguagem C, Gnuplot script e Bash script. Fora utilizado a linguagem C para criar programas que simulam a interação entre as espécies com base nas regras definidas anteriormente. O Gnuplot foi utilizado para gerar os gráficos dos resultados das simulações, e o Gnuplot script utilizado para automatizar esse processo. Assim como Bash script foi utilizado para automatizar o processo de simular e gerar os gráficos de modo a facilitar o processo de se fazer inúmeras simulações, o que foi utilizado para diminuir o impacto da aleatoriedade do sistema nos resultados e assim obter, como por exemplo, uma transformada de Fourier mais próxima do que poderia se observar na natureza.

As simulações foram feitas em uma rede de $N_i \times N_j$ pontos, em que, inicialmente é sorteado para cada ponto da rede uma das N espécies ou um espaço vazio. A cada passo temporal, aonde um passo temporal é o tempo necessário para um indivíduo realizar uma ação, é sorteado um indivíduo que será referido com ativo, e um dos seus 4 vizinhos mais próximos que será referido como passivo; o ativo poderá realizar uma das três seguintes ações contra o passivo, a primeira é a de se locomover; a segunda é a de se reproduzir; e por último a predação que é realizada de acordo com a regra do jogo Pedra-Papel-Tesoura. Assim foram feitas 300 simulações para o modelo RPS e uma simulação para o outro modelo cada com dez mil geração, sendo considerada uma geração o tempo necessário para que cada ponto da rede efetue um passo temporal válido. A ação que o ativo realizará é dependente diretamente das probabilidades de Predação $P_p=0,1$, de Mobilidade $P_m=0,7$, e de Reprodução $P_r=1-(P_p+P_m)$. Nas simulações do modelo RPS não foram consideradas as primeiras 5000 gerações, pois é

necessário que se passe um tempo inicial até que as espirais se estabeleçam e então com as espirais é feita as análises desejadas. Também foram feitas inúmeras simulações para o modelo RPS para que se pudesse tirar uma média das transformadas de Fourier.

Resultados e Discussão

Das simulações foram obtidos os valores da densidade de indivíduos, assim como a de espaços vazios; também fora obtida a distribuição espacial das espécies na rede. Na Figura 1 pode se ver a distribuição inicial e após dez mil gerações para cada um dos modelos em que se formam as espirais.

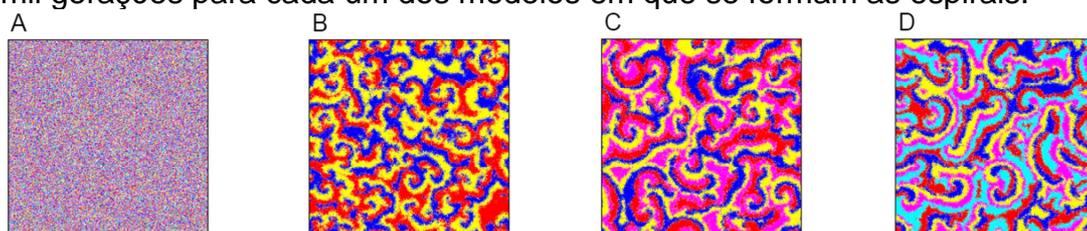


Figura 1. (A) Distribuição inicial das espécies na rede. (B) Distribuição após dez mil gerações para três espécies. (C) Distribuição após dez mil gerações para quatro espécies. (D) Distribuição após dez mil gerações para cinco espécies.

Também fora obtido a densidade de cada espécie, os dados estão expostos na Figura 2. Com eles pode-se observar como existe uma variação da dominação das espécies, aonde cada pico representa a dominação. É interessante ver como a dominação de uma espécie sempre é seguida pela dominação então de seu predador. Também é interessante observar que para os modelos com mais de três espécies, existe a possibilidade de uma espécie predominar e então o seu predador predominar e em seguida voltar a predominar devido as relações estabelecidas anteriormente para evitar a formação dos domínios, pois há espécies que nesses modelos podem ser presa e predador de uma outra espécie.

Ainda com a densidade das espécies fora escolhido fazer a transformada de Fourier discreta para o modelo com três espécies para esses dados e com a média de 300 simulações foi encontrado que nesse período de tempo entre cinco mil e dez mil gerações as espécies tendem a dominar 55 vezes. É possível ver na Figura 2 o gráfico da média das transformadas.

Conclusões

Neste trabalho foi demonstrando que para o modelo não-hierárquico e cíclico se formarão espirais com número de braços igual ao número de espécies; e que para o modelo não-cíclico se formarão fronteiras entre os domínios das espécies sempre por três domínios distintos a não ser que se use uma regra de predação especial para que aonde se tem uma presa preferida.

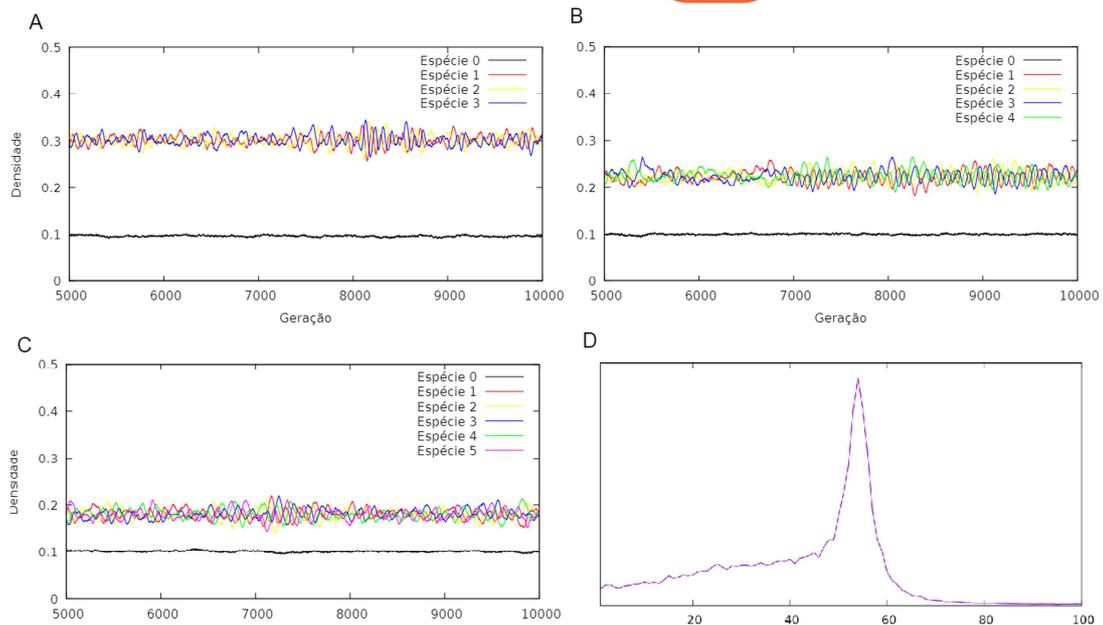


Figura 2. (A) Densidade das espécies a cada geração no modelo com três espécies. (B) Densidade das espécies a cada geração no modelo com quatro espécies. (C) Densidade das espécies a cada geração no modelo com cinco espécies. (D) Média das transformadas de Fourier discreta para o modelo RPS com três espécies.

Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer a Fundação Araucária e ao CNPq pelo apoio financeiro e permitir que eu tenha explorado essa área do conhecimento. Gostaria de agradecer também muitíssimo ao Professor Breno por ter me aceito como orientando; e também aos meus pais que sempre me cativaram à e me incentivaram ao estudo.

Referências

- [1] A. J. Lotka. “Analytical Note on Certain Rhythmic Relations in Organic Systems”. Em: *Proceedings of the National Academy of Science* **6** (1920), pp. 410–415.
- [2] V. Volterra. “Fluctuations in the Abundance of a Species considered Mathematically”. Em: *Nature* **118** (1926), pp. 558–560.
- [3] B. Sinervo e C. M. Lively. “The rock-paper-scissor game and the evolution of alternative male strategies”. Em: *Nature* **380** (1996), pp. 240–243.
- [4] B. Kerr et al. “Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock–paper–scissors”. Em: *Nature* **418** (2002), pp. 171–174.
- [5] P.P. Avelino e tal. “Junctions and spiral patterns in generalized rock-paper-scissors models”. Em: *Phys. Rev. E* **86** (2012), p. 036112.