

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS FORÇAS INDUZIDAS EM SUPERFÍCIES DIELÉTRICAS PELA APLICAÇÃO DE LASERS

Hugo Leonardo Fecho Pinheiro (PIBIC/CNPq/FA/Uem), Nelson Guilherme Castelli Astrath (Orientador), e-mail: [ngcastrath@uem.br](mailto:ngcastrath@uem.br).

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas e da Terra/Maringá,  
PR.

### Física - Física da matéria condensada

**Palavras-chave:** Simulações Numéricas, Superfícies Dielétricas, Controvérsia Abraham-Minkowski

### Resumo:

O objetivo do projeto foi estudar a teoria e os efeitos da passagem de um feixe por um meio dielétrico, gerando um fenômeno chamado de pressão de radiação. Como complemento para análise da propagação de uma onda eletromagnética, foram implementadas simulações computacionais baseadas no método de diferenças finitas no domínio do tempo.

### Introdução

Desde o primeiro relato documentado em 1619 por Kepler, afirmando caudas dos cometas eram repelidas pelo Sol [1], o efeito de pressão de radiação vem sendo amplamente discutido ao longo dos séculos.

Com a posterior descrição feita por Maxwell da luz como sendo uma onda eletromagnética, e além disso prevendo a existência da pressão de radiação, que seria causada pela densidade volumétrica de energia dessa onda [2], o assunto voltou a ganhar força. Lebedev, Hull e Nichols, descreveram as primeiras observações reais da pressão de radiação dentro de um laboratório [3]. No entanto a maior discordância sobre o assunto nasce na definição da densidade de momento em meios dielétricos com as propostas de Minkowski e Abraham [4-5]. Para Minkowski, a força induzida no material teria um carácter expansivo; já para Abraham, compressivo. Desde então, diversos experimentos já obtiveram resultados concordando tanto com a densidade de momento de Minkowski quanto com a de Abraham, porém o problema ainda continua sem uma solução completa.

## Revisão bibliográfica

As equações de avanço no espaço e no tempo do método são baseadas em derivadas discretas e se utilizam da alternância da geração campos elétricos em magnéticos e vice-versa [6]. As expressões

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F_{i,j,k}^{n+1} - F_{i,j,k}^n}{\Delta t} \approx \frac{F_{i,j,k}^{n+1} - F_{i,j,k}^n}{\Delta t} \quad [1]; \\ \frac{\partial F}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_{i+1,j,k}^n - F_{i,j,k}^n}{\Delta x} \approx \frac{F_{i+1,j,k}^n - F_{i,j,k}^n}{\Delta x} \quad [2], \end{aligned}$$

são a base para o desenvolvimento dos códigos.

Para cálculo da pressão total causada por um feixe que incide perpendicularmente à superfície de um dielétrico [], foi utilizada a expressão:

$$P(r, t) = P_{in} - P_{out} = -\frac{2}{c} \left( \frac{n-1}{n+1} \right) I(r, t) \quad [3].$$

E para o cálculo da deformação do dielétrico, foi aplicada a equação de Navier-Stokes com as condições de contorno apropriadas.

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \rho (v \cdot \nabla) v = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + F \quad [4]$$

## Materiais e métodos

Inicialmente foi estudado o método de diferenças finitas no domínio do tempo para a simular a propagação de uma onda eletromagnética no espaço. Para posterior cálculo do efeito que esta onda causaria no meio em que incidisse, foi estudada a teoria da pressão de radiação e a deformação que esta causa em dielétricos. O programa utilizado para as simulações foi o Matlab.

## Resultados e Discussão

A aplicação do método FDTD pode gerar diferentes tipos de onda ao alterar sua fonte, resultando em:

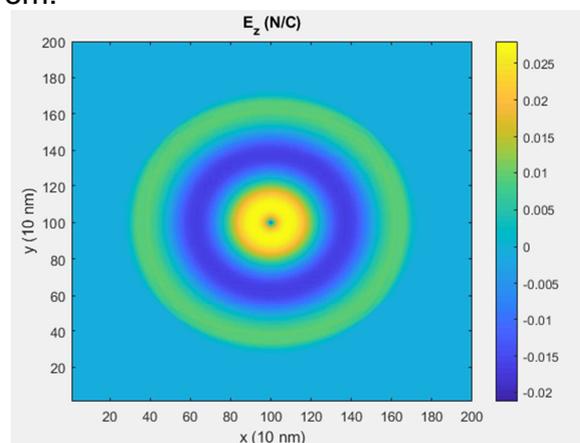


Figura 1- Fonte senoidal partindo do centro do domínio.

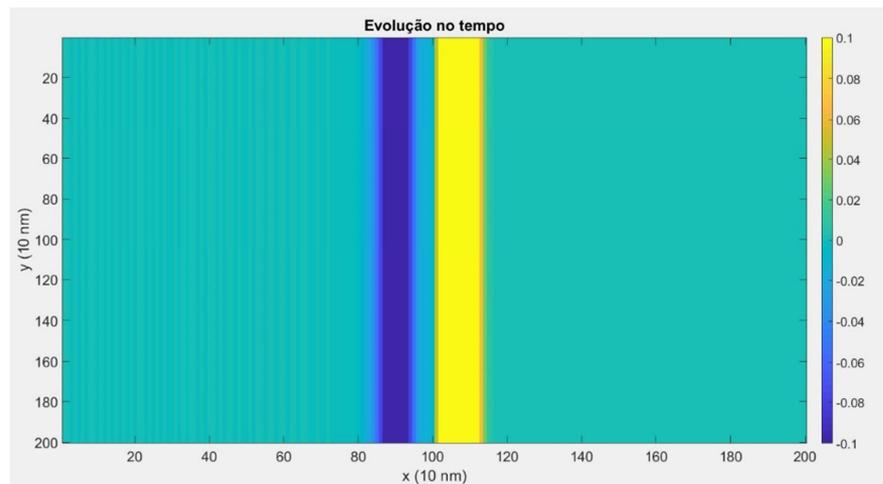


Figura 2- Fonte Gaussiana (Ar x Água).

Para entender a repercussão dessa onda eletromagnética atravessando um meio dielétrico, foram estudadas as forças presentes nessa interação. A força total na superfície do material para um feixe incidindo perpendicularmente sobre a água, a partir do ar, é dada por:

$$f_s = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \langle E_{||} \rangle^2 \nabla_z \left[ \rho \left( \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \rho} \right)_{\bar{T}} - \varepsilon_r \right] \quad [5]$$

Por outro lado, existe uma força gerada pela eletrostrição que deve ser considerada e é dada por:

$$f_v = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \nabla_r \left[ \rho \left( \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \rho} \right)_{\bar{T}} \langle E_{||} \rangle^2 \right] \quad [6]$$

Das forças [5] e [6], pode-se calcular a pressão total [3] por meio das expressões:

$$f_s = \nabla_z P \quad [7],$$

$$f_v = \nabla_r P \quad [8],$$

e então aplicar a soma das pressões em [4] para encontrar a deformação no dielétrico.

## Conclusões

O método FDTD se mostra eficaz para determinados tipos de simulações eletromagnéticas, auxiliando na visualização dos valores dos campos em determinadas regiões, assim como na observação da propagação e reflexão das ondas no espaço definido pelo algoritmo. Já com a comparação do resultado esperado para a deformação no dielétrico causada pela pressão de radiação, aos dados experimentais, pode-se contribuir com a solução completa da discordância entre Abraham e Minkowski.

## Agradecimentos

Ofereço agradecimentos ao professor Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath pela ajuda, orientação e oportunidade que me foi dada e a todos os integrantes do grupo de pesquisa que de alguma forma contribuíram com este projeto. Ao CNPQ pelo financiamento do meu projeto.

## Referências Bibliográficas

- [1] KEPLER, J. **De cometis libelli três**. Augsburg: Avgvstæ Vindelicorvm, 1916.
- [2] MAXWELL, J. C. **A Treatise on Electricity and Magnetism**. 2. ed. London: Sagwan Press, 1873.
- [3] LORENTZ, H. A., EINSTEIN, A. MINKOWSKI, **The principle of relativity**. Nova York: Dover publications, 1952.
- [4] ABRAHAM, M. First principles approach to the Abraham-Minkowski controversy for the momentum of light in general linear non-dispersive media. **IOP Science**, Palermo, v. 28, n. 2, p.128, 2015.
- [5] YEE, K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equation in isotropic media. **IEEE Trans. Antennas Propagat**, v. 14, p. 302–307, 1966.
- [6] ASTRATH, N. G. C., MALACARNE, L. C., BAESSO, M. L., LUKASIEVICZ , G. V. B., BIALKOWSKI , S. E., Unravelling the effects of radiation forces in water, **Nat. Commun**, v. 5, p.4363, 2014.