

A VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO

Andrei de Aquino Fonseca Doronin (PIC/UEM), Marcos Roberto Teixeira Primo (Orientador), e-mail: ra114104@uem.br

Universidade Estadual de Maringá/Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Matemática / Análise.

Palavras-chave: Função, Variação, Variação Limitada.

Resumo:

Analisar, segundo o dicionário da língua portuguesa, é observar e refletir sobre algo. Em Matemática, Análise é o nome dado a uma das quatro grandes áreas. A saber, Geometria, Álgebra, Análise e Matemática Aplicada. Em particular, é possível subdividir a terceira área em cinco grandes grupos. São eles a Análise Real, a Análise Complexa, a Análise Funcional, a Análise Harmônica e Análise Numérica. Nesta apresentação será abordado um tópico da Análise Real. Mais precisamente, será introduzido o conceito de variação de uma função, o qual possui extrema importância quando se trata da Integral de Riemann-Stieltjes e Integral de Lebesgue. Esse conceito está intimamente relacionado a séries polinomiais, partições e supremos, de modo que o leitor deve possuir bem fundamentado tal conhecimento. O objetivo principal da apresentação é introduzir algumas propriedades centrais no estudo da variação de funções, além de responder algumas perguntas que surgem naturalmente sobre as operações de adição, multiplicação e divisão de funções de variação limitada. Além disso, no decorrer da apresentação também serão devidamente comentados alguns exemplos e cálculos utilizando-se de definições, a fim de que o público internalize os conceitos de forma clara e precisa.

Introdução

Nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e nas disciplinas de Análise Real que são usualmente oferecidas aos acadêmicos dos cursos de Matemática, a integral estudada é a Integral de Riemann, por conta de suas aplicações no cálculo de áreas e volumes, bem como em outros ramos da Matemática e em outras ciências. Estudando detalhadamente a Integral de Riemann-Stieltjes, que é de certa forma uma generalização da integral de Riemann, pode-se perceber suas particularidades e semelhanças em relação às outras formas de integração. Para definir e analisar as propriedades da Integral de Riemann-Stieltjes, é abordado o conceito de funções de variação limitada e estuda-se com detalhes algumas de suas principais propriedades.

Materiais e Métodos

Os encontros entre aluno e professor foram realizados de forma online e semanalmente, com uma hora de duração. Em cada encontro o acadêmico apresentava slides com os resultados de seu estudo individual, o qual se deu com base nos livros citados nas referências. Além disso, ao final de todos os seminários havia uma breve discussão sobre os tópicos apresentados.

Resultados e discussão

Ao finalizar o projeto, houve uma perceptível evolução na questão da compreensão dos conceitos estudados em análise real. Além disso, o tópico de funções de variação limitada se mostrou extremamente interessante, já que permite um melhor aprendizado sobre os estudos posteriores, sem mencionar o novo leque de questões a serem respondidas. Por fim, foi possível identificar semelhanças e diferenças entre integrais, pois foram abordadas as diferentes definições, propriedades e teoremas.

Conclusões

Nesse projeto estudamos inicialmente alguns conceitos da Análise Real necessários para definirmos e estudarmos a Integral de Riemann-Stieltjes de funções reais a variáveis reais. Vimos que, nesse contexto, ela é uma generalização da Integral de Riemann, estudada nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral. Posteriormente, estudamos Funções de Variação Limitada e, com o auxílio desse conceito, definimos a Integral de Riemann-Stieltjes em um contexto mais amplo. Estudamos suas propriedades e a sua relação com a Integral de Riemann.

Referências

FIGUEIREDO, D. G., Análise I, Segunda Edição, LTC- Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1996.

LIMA, E. L., Análise Real: Funções de Uma Variável Real, Décima Edição, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2008.

LIMA, E. L., Curso de Análise, Vol. 1, Décima Segunda Edição, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2009.

WHEEDEN, R. L., Measure and integral. Vol. 26. New York: Dekker, 1977.