

ESTUDO SOBRE A TEORIA DOS JOGOS JOGO DOS BENS PÚBLICOS E DILEMA DO PRISIONEIRO

Beatriz de Castro Bittencourt (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Luiz Felipe Locatelli Giroldo (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Breno Ferraz de Oliveira (Orientador), e-mail: breno@dfi.uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR.

Probabilidade e Estatística, Probabilidade

Palavras-chave: Jogos evolucionários, método de Monte Carlo, processos estocásticos

Resumo:

A fim de melhor entender o surgimento da cooperação como estratégia viável no cotidiano da sociedade, foram estudadas neste trabalho versões simplificadas do Jogo dos Bens Públicos e do Dilema do Prisioneiro, utilizando-se do Método de Monte Carlo [1]. Nestas versões, as estratégias disponíveis aos jogadores são cooperar ou desertar. Após a definição aleatória de suas estratégias iniciais, os indivíduos podem adotar a estratégia de um vizinho próximo, com a probabilidade de adoção sendo dependente de certos parâmetros. As simulações feitas demonstram como a dinâmica dos jogos varia quando o valor de alguns parâmetros é alterado e como cenários específicos podem surgir por conta das condições de jogo.

Introdução

A cooperação é uma estratégia presente em inúmeros cenários da realidade, mas que vai contra a seleção darwiniana, onde indivíduos tomam decisões egoístas visando apenas benefício próprio. Então, estudar e compreender os fatores que levam à cooperação, bem como à manutenção dela, são objetivos de várias pesquisas das áreas de biologia, economia [2], física e outras. Muitos pesquisadores voltam-se à teoria dos jogos para esses estudos. Entre as dinâmicas inseridas na teoria dos jogos, destacam-se o *Public Goods Game* (Jogo dos Bens Públicos), PGG, e o *Prisoner's Dilemma* (Dilema do Prisioneiro), PD. Em suas versões mais básicas, as dinâmicas exibem dois tipos de indivíduos, cooperadores ou desertores. Cooperadores buscam a união, permitem ser ajudados e ajudam outros indivíduos, ação que acarreta custos para eles próprios. Em oposição, desertores exibem individualismo e focam no próprio crescimento, permitindo receber ajuda, mas não auxiliando outros indivíduos.

A estratégia de deserção, à primeira vista, parece ser a mais benéfica, e em alguns cenários em PGG e PD ela se mostra a mais viável, assim como a cooperação.

Compreender o que faz os indivíduos desertarem ou cooperarem ajuda no entendimento da realidade e de fenômenos da sociedade.

Dessa forma, foi escolhido fazer simulações para ambos PGG e PD, utilizando uma abordagem probabilística para que os resultados se aproximassem mais da realidade. Assim, foi utilizado o Método de Monte Carlo, que faz uso de números pseudoaleatórios a fim de calcular as distribuições das probabilidades.

Na versão mais básica de um PGG, todos os indivíduos escolhem entre cooperar e desertar. Os jogos baseiam-se em ação e recompensa. No início de cada geração, os cooperadores depositam determinado valor em um pote. Todas as contribuições são somadas, valorizadas por um tipo de juros e distribuídas aos indivíduos de forma que todos os parâmetros determinados antes da simulação sejam cumpridos. Antes do fim de cada geração, todos os indivíduos têm a mesma probabilidade de mudar de estratégia. Então, calcula-se a probabilidade de um jogador impor a sua estratégia sobre outro.

O PD também apresenta cooperadores e desertores. Porém, diferente do PGG, um jogador é selecionado e este joga com seus vizinhos, fazendo pares. Ele e seu vizinho optam simultaneamente por cooperar ou desertar, e os pagamentos a cada um são dados por uma matriz de pagamentos que leva em conta as escolhas de ambos os envolvidos. O maior pagamento individual é somente quando um decide desertar enquanto o outro escolhe cooperar [3].

Materiais e Métodos

Para as simulações referentes ao PGG, trabalhou-se com uma rede quadrática e com condições de contorno periódicas. As condições iniciais de cada simulação serão geradas aleatoriamente, e cada indivíduo será cooperador ou desertor, com probabilidade de adoção de qualquer uma das duas estratégias igual a 50%. Para o PGG haverá parâmetros adicionais, sendo eles fator de sinergia, incerteza da ação, tamanho do grupo, valor colocado no pote pelos cooperadores e número de gerações. O fator de sinergia é um tipo de juros aplicado aos valores depositados no pote pelos cooperadores, de forma que ele aumenta proporcionalmente com o rendimento obtido e, conseqüentemente, com a adesão da estratégia de cooperação. A incerteza da ação possibilita cenários onde a mudança ou manutenção da estratégia, mesmo que favoráveis, não são realizadas, por irracionalidade do jogador. Quanto ao grupo, serão simulados com dois tamanhos, $G=2$ e $G=5$. Em ambos, o jogador escolhido aleatoriamente jogará com cada um de seus vizinhos mais próximos, sendo eles esquerda, direita, superior e inferior. Para $G=2$, ele faz sua jogada de dois em dois com os quatro vizinhos, enquanto para $G=5$ ele joga com os quatro vizinhos em grupo de cinco indivíduos. Para cada indivíduo será calculado seu respectivo pagamento, e por fim se calcula a probabilidade da imposição da estratégia do jogador perante seu vizinho.

Quanto às simulações referentes ao PD, trabalhou-se com uma rede quadrática com tamanho determinado antes do início das simulações. Assim como para o PGG, a condição inicial é gerada aleatoriamente e cada indivíduo tem a mesma probabilidade de ser cooperador ou desertor. Cada jogador joga com si e seus vizinhos. Para o PD, serão estudadas duas vizinhanças, uma constituída pelos vizinhos mais próximos como no PGG, e outra com esses mesmos vizinhos mais os vizinhos da diagonal do jogador, totalizando oito. Escolhe-se um jogador e um de seus vizinhos aleatoriamente. O pagamento final ao jogador é a soma de todas as interações realizadas por ele. O PD também conta com a incerteza da ação.

Resultados e Discussão

Referente ao PGG, foi analisado o comportamento dos jogadores quando há mudanças no fator de sinergia r e na incerteza de ação K . Fazendo essas análises para grupos de tamanhos diferentes ($G=2$ e $G=5$) ao final de 10000 MCS (Monte Carlo Steps), foram encontrados os resultados apresentados na Figura 1. Percebe-se que um valor alto do fator de sinergia favorece a cooperação, enquanto um valor baixo favorece a deserção [4]. Para um fator de sinergia alto e uma incerteza da ação próxima de zero, o sistema tem a coexistência das estratégias de cooperação e deserção. Além disso, em porções onde $K < 0,1$ e $(r/G) > 1$ para $G=2$, ao final da simulação, encontra-se um único desertor. Esse resultado também é visto no grupo $G=5$, em regiões onde $K < 0,1$ e $(r/G) > 1,25$. Fazendo simulações com mais de 100000 MCS, o resultado é o mesmo. O jogador não muda sua estratégia de deserção, pois em uma rede cercada de cooperadores, ela é a mais rentável. A incerteza de ação pequena pouco interfere com a probabilidade de mudança de estratégia desse indivíduo.

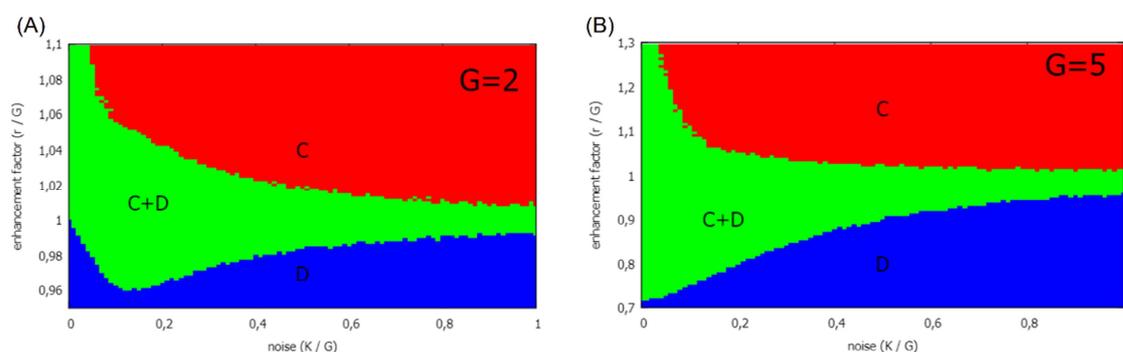


Figura 1 – Gráficos que mostram a estratégia adotada ao fim de 10000 MCS para uma rede de 100x100, em diferentes tamanhos de grupo. A região em vermelho denota a existência somente de cooperadores e, por fim, a em azul a presença exclusiva de desertores e, por fim, a em verde denota a coexistência de cooperadores e desertores. (A) $G=2$. (B) $G=5$.

Para o PD, foram feitas observações visando descobrir com qual valor de b (variável da matriz de pagamentos) a igualdade de número de cooperadores e desertores era atingida, com $p_c=0,5$ e K sendo alterado. As simulações foram feitas e os dados

coletados a partir de 5000 gerações. Nos primeiros momentos das simulações, o número de cooperadores era maior, mas com o aumento do valor de b a estratégia de desertar mostrou vantagens e passou a se espalhar pela rede. Em (A), observa-se que b se torna constante à medida que K aumenta, enquanto em (B) decresce.

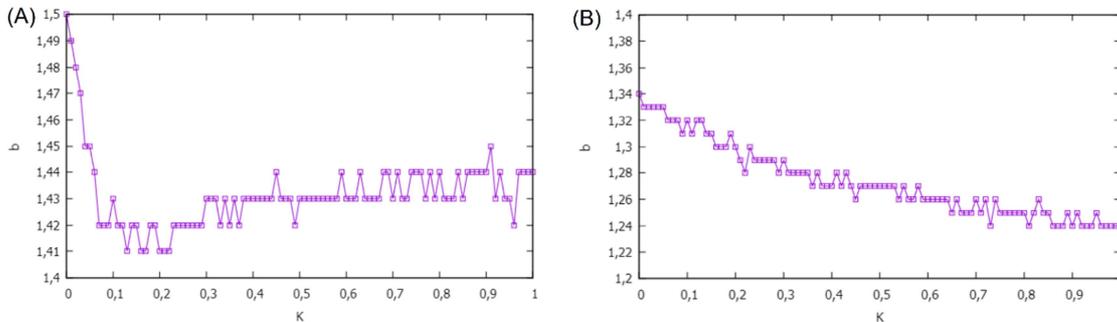


Figura 2 – Gráficos de b em função de K para o momento onde $p_c=0,5$. (A) leva em conta apenas os vizinhos mais próximos. (B) leva em conta os vizinhos das diagonais.

Conclusões

Para o PGG, uma vez deliberada a dinâmica, foi possível determinar condições nas quais a estratégia de cooperação é a dominante. Em seguida, analisou-se o surgimento da cooperação no PD. Dentre as observações feitas, foi constatado que o parâmetro b tem enorme influência nas simulações, sendo ele responsável por determinar a estratégia mais viável.

Agradecimentos

Agradeço à Fundação Araucária e ao CNPq pelo apoio financeiro recebido e por permitir que eu explorasse essa área do conhecimento. Agradeço muitíssimo ao Luiz Felipe por ter me repassado o projeto, para que eu o concluísse, além de todo o apoio que me deu; bem como ao professor Breno por ter me aceitado como orientanda. Por fim, agradeço aos meus pais por constante presença, apoio e incentivo aos estudos.

Referências

- [1] BINDER, K. Monte-Carlo Methods in Statistical Physics. John Wiley & Sons, Ltd, 2005.
- [2] CAO, X. -B.; DU, W. -B; RONG, Z. -H. The evolutionary public goods game on scale-free networks with heterogeneous investment. **Phys. A: Stat. Mech. Appl.**, v. 389, n. 6, p. 1273-1280, 2010.
- [3] SZABÓ, G.; TÓKE, C. Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice. **Phys. Rev. E**, vol. 58, p. 69–73, jul. 1998.

[4] SZOLNOKI, A.; PERC, M.; SZABÓ, G. Topology-independent impact of noise on cooperation in spatial public goods games. **Phys. Rev. E**, v. 80, p. 056109, nov. 2009.