

GRUPO DE TRANSFORMAÇÃO EM GEOMETRIA

Jhonatan Bueno de Souza (PIC/UEM), Norbil Leodan Cordova Neyra (Orientador),
e-mail: nlcneyra2@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá / Centro de Ciências Exatas / Maringá, PR.

Matemática/ Geometria

Palavras-chave: ações de grupos, grupo de transformações.

Resumo:

Nosso objetivo neste projeto foi esclarecer melhor a inter-relação entre o ponto de vista abstrato de grupos, como estruturas existentes por si próprias, e o ponto de vista concreto de um grupo agindo em outros conjuntos de bijeções, como os movimentos planos na Geometria Euclidiana Elementar.

Introdução

Sem dúvidas, um dos conceitos mais interessantes e importantes da matemática moderna é o conceito de grupos. O interessante deste conceito é que podemos ver sua presença nas mais variadas áreas da matemática, como na Álgebra, na Geometria, nas Equações Diferenciais, na Teoria de Números e até mesmo nas ciências naturais. Sempre em ciência tentamos reconhecer padrões e simetrias em nossos objetos de estudo, sejam eles uma molécula, um pêndulo físico, um sólido geométrico etc. A partir do momento em que identificamos as simetrias de nosso sistema, estamos introduzindo um grupo de transformações ou uma ação de grupo. Neste trabalho, estudamos os diferentes aspectos de ações de grupos em geometria. Começamos com alguns exemplos da geometria euclidiana elementar, nos quais os movimentos planos desempenham um papel importante e, em seguida, introduzimos explicitamente a noção de um grupo abstrato. Depois disso, passamos para ações de grupo e órbitas.

Materiais e Métodos

Foi estudado durante o projeto o livro *Transformation Groups for Beginners* (2004), pois aborda desde o conceito de grupos até os conceitos de grupos de transformação, ações de grupos e órbitas.

Resultados e Discussão

Na geometria plana há movimentos que são chamados de movimentos planos, como translações paralelas, rotações e reflexões. Podemos compor estes movimentos (fazer um movimento e depois o outro) no plano e o resultado destas composições também é um movimento plano.

Por outro lado, definimos um grupo como sendo um sistema matemático que consiste em um conjunto e uma operação, de modo que esta operação cumpra alguns requisitos. A partir daí, podemos considerar o grupo de transformações G , que nada mais é que o conjunto dos movimentos planos (transformações) com a operação composição. Estas transformações podem ser vistas como funções no conjunto X de pontos do plano e, assim, esse grupo de transformações agir sobre X onde $f \cdot g = f(g)$ para todo $f \in G$ e $g \in G$ é esta ação.

Com estas definições, o objetivo do trabalho foi estudar as órbitas geradas pelas ações deste grupo em determinados conjuntos de pontos no plano, por exemplo o conjunto de pontos que formam um triângulo equilátero.

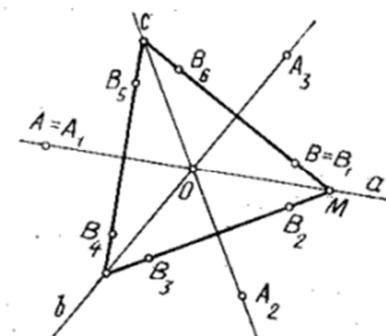


Figura 1 – Órbitas de pontos de um triângulo regular.

Note que, tendo como elementos $f \in G$ e $g \in G$, temos $O(O) = \{O\}$ (órbita do centro) e $O(B) = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6\}$ (órbita do ponto B) com $B = B_1$.

Conclusões

Durante este estudo, foi possível notar que dentro da matemática nenhuma área é isolada e tampouco inútil em outras. Foi possível estudar e aprender exemplos nos quais conceitos de álgebra, como Grupos e Ações de Grupos, podem ser utilizados para resolver problemas geométricos e até mesmo de contagem de uma forma mais simples, reforçando que problemas matemáticos frequentemente têm mais de uma solução.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador e ao departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá.

Referências

DUZHIN, S. V., TCHEBOTAREVSKY, B. D. **Transformation Groups for Beginners**. AMS, 2004.