

RESOLUÇÃO NUMÉRICA DO ROCK-PAPER-SCISSORS COM RUNGE-KUTTA

Alisson Eric Silva Ferreira de Souza (PIBIC), Breno Ferraz de Oliveira (Orientador).
E-mail: bfoliveira@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Departamento de Física, Maringá, PR.

Física, Física Geral e Física Estatística e Termodinâmica.

Palavras-chave: Física Computacional; Dinâmica Populacional; Métodos Numéricos

RESUMO

O modelo RPS (*rock-paper-scissors*) tem as características de um sistema não transitivo que pode ser usado para simular a dinâmica de populações. Nesse modelo, a presença de ações como predação, reprodução e mobilidade permitem observar a coexistência de espécies. Neste sentido, o RPS, aliado a métodos para resolução numérica, se mostra como um recurso no estudo da ecologia, em que é possível, por meio das simulações, observar a persistência de características já observadas em outros estudos como um padrão de espirais.

INTRODUÇÃO

Um dos objetivos da ecologia é a identificação dos mecanismos que proporcionam a biodiversidade. O jogo pedra-papel-tesoura (*rock-paper-scissors* ou RPS) mostra uma relação não transitiva entre as espécies, em que uma espécie predadora predadora, mas a recíproca não é verdadeira, e pode ser usada para explicar a biodiversidade. Observação desse modelo contempla o que poderia ser observado na natureza (KERR, B.).

No jogo RPS, podemos considerar cada opção como uma espécie, ou seja, *A* como pedra, *B* como papel e *C* como tesoura, dessa forma as regras de predação do sistema ficam da seguinte forma: *C* predador de *B*, *B* predador de *A* e *A* predador de *C*, como representado pela Figura 1.

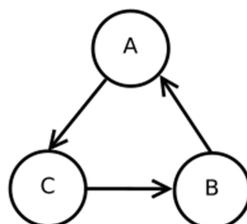


Figura 1 – Esquema de predação no modelo RPS. As setas indicam a presa.

Com isso temos um sistema similar a uma iteração entre espécies num ambiente e conseguimos simular com diferentes estratégias as relações entre as espécies para dadas configurações. Neste sentido, podemos alterar a mobilidade, a taxa de reprodução ou de predação e assim visualizar a forma dessa rede no decorrer do

tempo, um exemplo é a identificação de junções segundo uma proporção que relaciona o tempo, e, também, a identificação de espirais (AVELINO, P. P.).

MATERIAIS E MÉTODOS

Para executar as simulações foi utilizado as linguagens de programação C e C++, o sistema operacional Ubuntu 22.02, um *software* para gerar os gráficos conhecido como Gnuplot, bem como o compilador GCC na versão disponível do sistema operacional.

O método consistiu em escrever equações diferenciais que sigam as regras de predação, reprodução e mobilidade. Para solução das equações foi empregado o algoritmo de Runge-Kutta de segunda ordem (WILLIAM, H. P.), Após a execução do programa foi obtido gráficos com a configuração das espécies em determinados instantes de tempos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi utilizado o método de Runge-Kutta de segunda ordem para simular o comportamento de um sistema com 3 espécies com a seguinte regra: “Todas as espécies podem preda a todas as outras, exceto a si mesma”, assim foi obtido como resultado a Figuras 2.

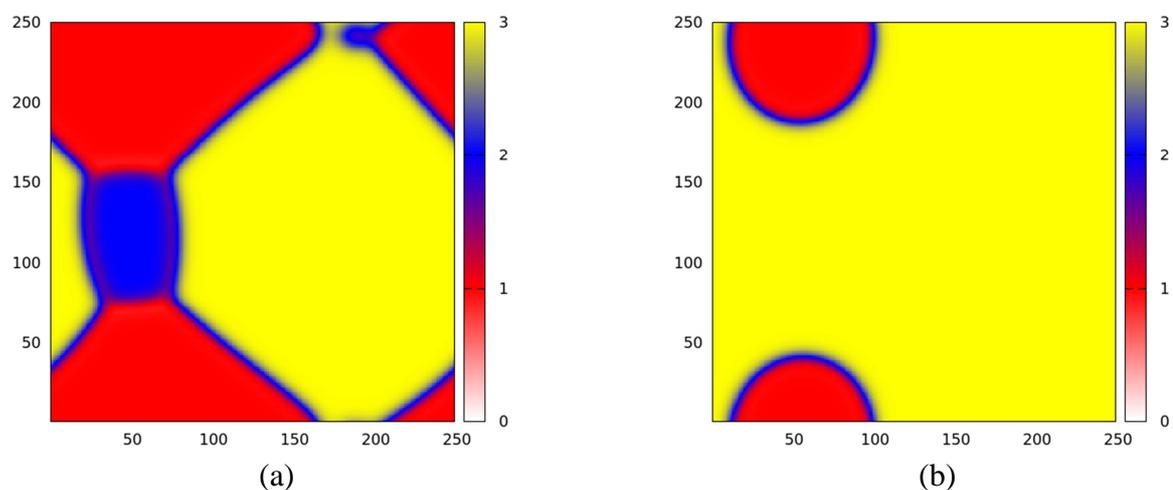


Figura 2 – (a) Iteração 250 da simulação e (b) iteração 500 da simulação. As cores indicam as espécies.

Pode parecer que a espécie 2 (azul) foi uma fronteira entre a espécie 3 e 1, mas na verdade essa “fronteira” é falsa, pois como o método de confecção dos gráficos faz uma distinção entre os números inteiros e na verdade usamos números reais durante a simulação, o valor 2 é apenas uma média entre a soma de 1 e 3, ou seja, $(1+3) / 2 = 2$, assim o único momento que podemos afirmar que a espécie 2

apareceu, foi entorno da iteração 250, em que há uma região que concentra a espécie 2.

Com uma pequena alteração na simulação anterior, reproduzimos uma simulação do RPS, em que é considerado 3 “espécies” cuja a regra é enunciada por: “A espécie 1 predadora a 3, a 2 predadora a 1 e a 3 predadora a 2”, com isso o resultado foi um padrão de espirais (AVELINO, P. P.) mostrado na Figura 3.

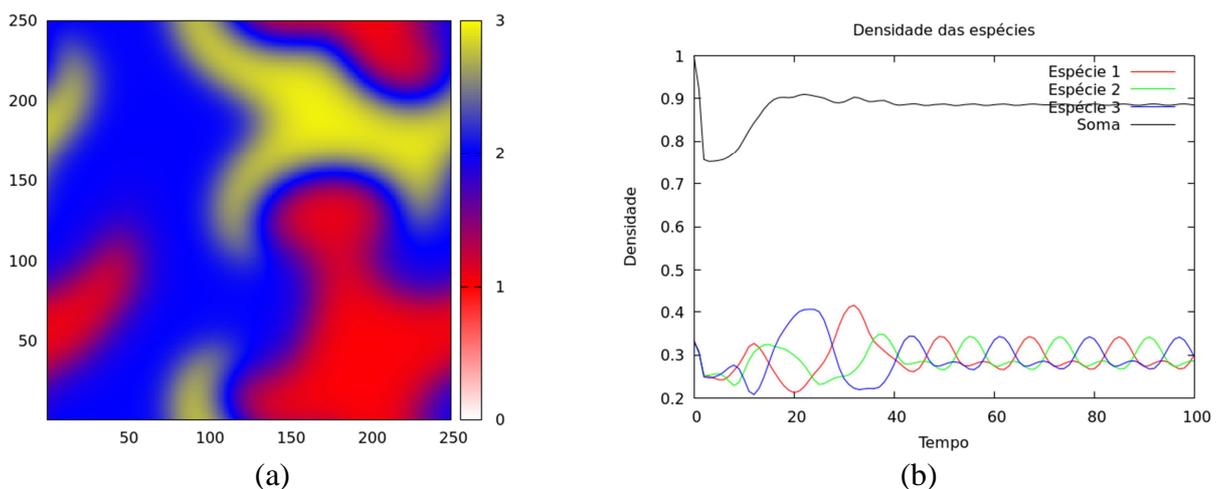


Figura 3 – (a) Iteração 250 do RPS e (b) densidade junto com a soma de todos os indivíduos.

Até o momento a configuração das constantes foi mantida constante por todo o espaço, assim fizemos uma pequena modificação: alterando apenas o coeficiente de reprodução que agora depende da posição. Podemos observar diferentes configurações espaciais, contudo, ainda é observado, como esperado (AVELINO, P. P.), o mesmo padrão de espirais na Figura 4.

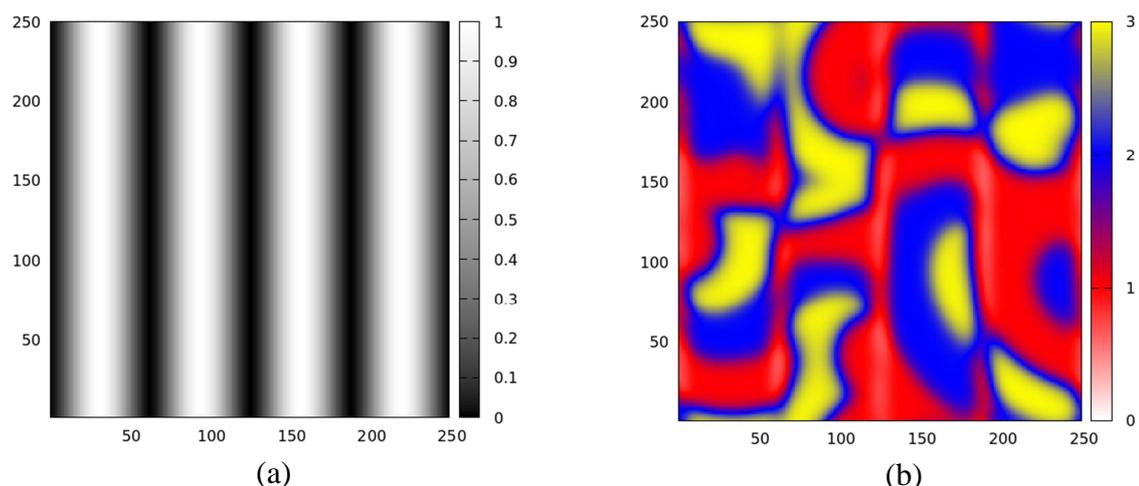


Figura 4 – (a) Coeficiente de reprodução no espaço cartesiano de 250 por 250 e (b) iteração 250 com alteração do coeficiente de reprodução.

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi estudado a resolução numérica de equações diferenciais por meio do método de Runge-Kutta de segunda ordem, e, com esse método, foi observado a coexistência entre as espécies segundo um modelo RPS, que foi demonstrado pela variação na densidade de cada espécie. Também observamos a manutenção da biodiversidade num ambiente em que o parâmetro de reprodução era alterado para uma dada posição. Por fim, a permanência de padrões de espirais no decorrer do tempo em ambas as configurações foi mantida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Breno Ferraz de Oliveira por me orientar em todo o processo desse trabalho e em especial a minha família por me influenciar e conduzir no caminho dos estudos.

REFERÊNCIAS

AVELINO, P. P. et al. Junctions and spiral patterns in generalized rock-paper-scissors models. **Physical Review E**, v. 86, n. 3, p. 36-112, 2012. Disponível em: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.86.036112>. Acesso em: 27 ago. 2023.

KERR, B. et al. Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock-paper-scissors. **Nature**, v. 418, n. 6894, p. 171-174, 2002. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/nature00823>. Acesso em: 27 ago. 2023.

WILLIAM, H. P. et al. Integração de Equações Diferenciais Ordinárias. *In: Métodos numéricos aplicados: rotinas em C++*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011. p. 923-934.