

INTRODUÇÃO A CIÊNCIA DE REDES E APLICAÇÕES

Carlos Henrique Batistela (PIBIC/UEM), Haroldo Valentin Ribeiro (Orientador), e-mail: ra98287@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá/Centro de Ciências Exatas/Maringá, PR

FÍSICA/FÍSICA ESTATÍSTICA E TERMODINÂMICA

Palavras-chave: Sistemas Complexos; Redes Complexas; Análise de Dados.

RESUMO

O estudo focou na compreensão de propriedades de redes complexas, especialmente em relação a redes reais de movimento pendular de trabalhadores no Brasil. Inicialmente, foi utilizado o modelo de grafos aleatórios de Erdős-Rényi para compreender propriedades de redes sintéticas, ressaltando que esse modelo tem limitações ao representar redes do mundo real. Além disso, foram apresentados resultados das redes de movimento pendular por região no Brasil, com análises das distribuições de grau e comparações de comportamento entre diferentes áreas geográficas.

INTRODUÇÃO

Temos por objetivo compreender as principais ideias de teoria de grafos aleatórios¹ e redes complexas, nos baseando na apresentação feita por Réka Albert e Albert-László Barabási². Concomitantemente, utilizamos outros conceitos introduzidos por Mark Newman³ para compreender as limitações e problemas com o modelo de grafos aleatórios. Nesse caso, um dos maiores problemas é assumir que todos os nós possuem, em média, o mesmo número de conexões, conduzindo a distribuições de grau do tipo Poisson. Contrariamente, muitas redes do mundo real têm distribuição de grau heterogênea, na qual alguns nós têm várias conexões a mais do que outros. Para fazer com que nosso estudo vá além de modelos e simulações, utilizamos também dados de movimento pendular de trabalhadores organizados por cidade de cada estado brasileiro para construir redes reais e realizar algumas investigações preliminares nessas redes. Nosso foco é na comparação das propriedades de redes sintéticas com as da rede real, usando medidas como distribuição de grau, conectividade, diâmetro e menor tamanho do caminho médio. Acreditamos que isso pode ajudar a compreender mais sobre a estrutura subjacente da rede real, identificando as principais características que podem guiar sua dinâmica.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os dados para este estudo de redes oriundas de modelos foram gerados utilizando-se da biblioteca NetworkX. Já a rede relacionada ao movimento pendular de trabalhadores brasileiros foi obtida do trabalho de Alves e colaboradores⁴, que por sua vez tem origem no Censo Brasileiro de 2010. Esses dados foram organizados, filtrados e analisados utilizando as bibliotecas *pandas* e *numpy* da linguagem de programação *python*. Para os gráficos usuais utilizamos a biblioteca Matplotlib, já para as análises e visualizações das redes usamos a biblioteca NetworkX.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Iniciamos nossas investigações sobre redes complexas por meio do modelo de grafos aleatórios de Erdős-Rényi¹. Especificamente, exploramos o comportamento desse modelo para redes com $n = 1000$ nós e com probabilidade de conexão de $p = 0.002$. Para esta probabilidade, encontramos um grau médio de $\langle k \rangle = 1.998$, valor muito próximo esperado teoricamente ($\langle k \rangle = np = 2$). Esse resultado mostra que a rede é relativamente esparsa, já que cada nó está conectado somente com uma pequena parcela dos outros nós. Utilizando a biblioteca NetworkX foi possível produzir uma visualização dessa rede, a qual está retratada na Figura 1A. A comparação entre a distribuição de grau dos dados sintéticos e a distribuição de Poisson pode ser observada na Figura 1B. No contexto de redes, a distribuição de Poisson é usada para descrever a probabilidade de um nó ter um certo número de conexões em um grafo aleatório. A Figura 1C mostra a relação entre o caminho médio mais curto (l) e o logaritmo do número de nós ($\log n$) para a rede de movimento pendular de cada estado brasileiro. Notamos que o caminho médio mais curto aumenta com número de nós de forma aproximadamente proporcional ao logaritmo dessa última quantidade. Esse comportamento difere do que seria esperado pelo modelo de grafos aleatórios, indicando que as redes de movimentos pendulares não são tão homogêneas quanto as redes geradas pelo modelo de Erdős-Rényi.

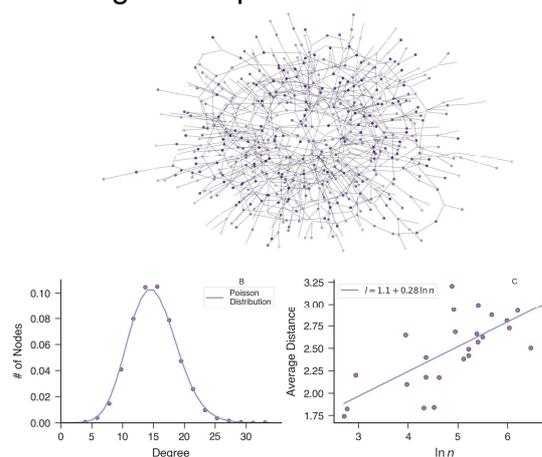


Figura 1 – Conjunto de medidas para nós aleatórios. (A) Visualização da rede. (B) Distribuição de grau. (C) Relação entre caminho médio mais curto e tamanho da rede.

Fazendo a exploração das redes de movimento pendular, a Figura 2 mostra um exemplo dessas redes para o estado do Amazonas. É possível observar as cinco

idades: Manaus, Itacoatiara, Manacapuru, Parintins e Tefé. Essas cidades também são identificadas como as cinco com o maior número de habitantes no estado do Amazonas⁵.

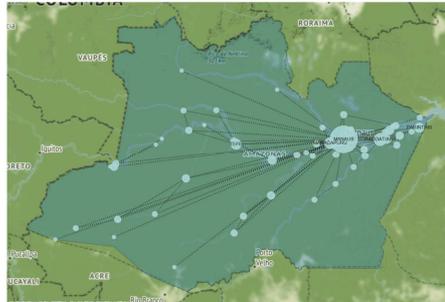


Figura 2 – Visualização da rede de deslocamento para o estado do Amazonas com as cinco cidades com o maior número de conexões.

Na Figura 3, mostramos as distribuições de probabilidade da força dos nós para cada um dos estados brasileiros agrupados por regiões geográficas.

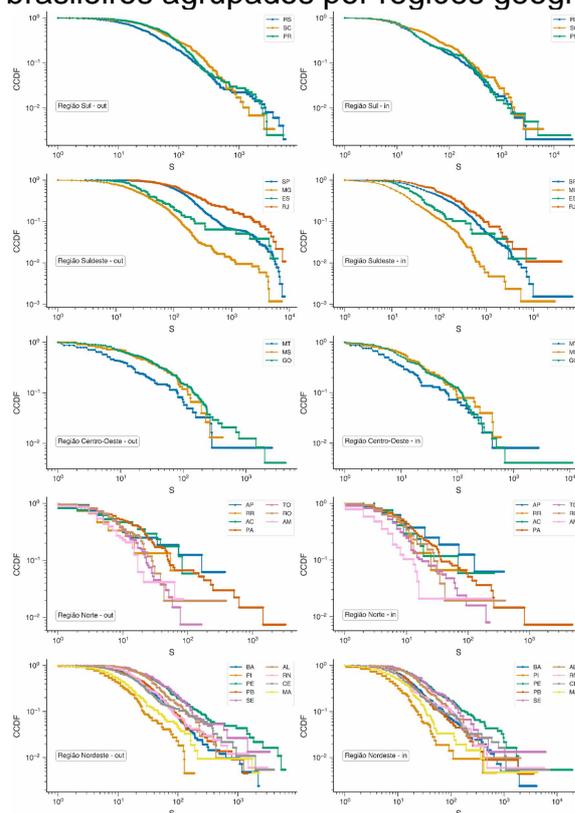


Figura 3 – Gráfico Log-Log da função distribuição acumulada pela força S para os estados de cada uma das regiões brasileiras separadas pelo grau de saída (out) e entrada (in).

Verificamos que existem estados com um maior número de cidades que apresentam elevado número de exportação e importação de trabalhadores para outras cidades ou interna, em relação à própria região. As variações observadas nos decaimentos das distribuições podem ser devido a diversos fatores, incluindo, mas não somente, os elementos socioeconômicos, infraestrutura urbana, padrões de mobilidade

específicos de cada região e o tamanho da cidade. De forma geral, é notável que todos estados apresentam uma concentração maior de exportação e importação de trabalhadores em um número reduzido de municípios. Esse panorama ressalta a complexidade das dinâmicas regionais e a necessidade de análises diferenciadas para compreender tais padrões.

CONCLUSÕES

Em suma, nosso estudo avaliou diversas propriedades de redes complexas e as limitações do modelo de grafos aleatórios na representação de redes do mundo real. As análises das redes de movimento pendular de trabalhadores revelaram heterogeneidade e comportamentos regionais distintos nas distribuições de grau, indicando que fatores socioeconômicos, infraestrutura urbana e padrões de mobilidade afetam a formação dessas redes. A investigação das redes reais por meio da abordagem de redes ponderadas trouxe novas perspectivas, considerando a força S como uma métrica de centralidade dos nós. Isso permitiu identificar cidades centrais de tráfego de trabalhadores e analisar mudanças de comportamento em diferentes regiões e períodos. Em última análise, o estudo contribuiu para um maior entendimento das complexas interações presentes nas redes reais, com potenciais aplicações na compreensão de sistemas urbanos, mobilidade e estruturas de comunidades.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

1. ERDOS, P. ; RÉNYI, A. On the evolution of random graphs. **Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences**, v. 5, p. 17–61, 1960.
2. ALBERT, R.; BARABÁSI, A.L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of Modern Physics**, v. 74, p. 47–97, 2002.
3. NEWMAN, M. **Networks: An Introduction**. Oxford University Press, New York, 2010.
4. ALVES, L. G. A.; RYBSKI, D.; RIBEIRO, H. V. Commuting network effect on urban wealth scaling. **PLOS ONE**, v. 13, n. e0197586, 2018.
5. Ministério do Planejamento e Orçamento/Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2023). PORTARIA PR-470, de 28 de junho de 2023.