

PARAMETRIZAÇÃO DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE ESPAÇOS PARA ESTABELECIMENTOS DE ALIMENTAÇÃO DURANTE A PANDEMIA DE COVID-19

Pedro Reginatto Constantino (PIC). Emerson Vitor Castelani (orientador). E-mail: evcastelani@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Maringá, PR.

Ciências Exatas e da Terra/Matemática Aplicada

Palavras-chave: Alocação de objetos; algoritmos; otimização.

RESUMO

A pandemia de COVID-19 teve seu momento mais crítico nos anos de 2020 e 2021, momento em que foi necessário manter distanciamento e novos padrões de higiene. Com a vacinação a situação foi amenizada. Em geral, bares e restaurantes foram considerados pontos críticos de contaminação caso não fossem respeitadas as normas de distanciamento. Neste trabalho, propomos uma parametrização para a modelagem do problema de posicionar as mesas e cadeiras em estabelecimentos de alimentação com objetivo de maximizar a distância entre as pessoas. Fizemos a modelagem e implementação computacional que resolve este problema e exibimos os resultados e melhorias obtidos.

INTRODUÇÃO

Durante a pandemia da COVID-19, foi necessário manter distanciamento entre pessoas para conter o vírus. Até março de 2021, comércios, especialmente alimentícios, enfrentaram rígidas restrições. A flexibilização das restrições estaduais e municipais começou em abril, conforme a vacinação avançava. Medidas de segurança baseadas em orientações da OMS e FAO foram aconselhadas (Baracho, Asada, 2020). Um trabalho, que é usado como referência base e se destaca no contexto de alocação e organização de espaços públicos e comerciais pode ser encontrado em (Castelani, Sobral, Tshuchida, 2020), onde os autores construíram um modelo dedicado aos estabelecimentos do ramo de alimentação considerando mesas em formato de circunferências e possibilitando a rotação de cadeiras em torno das mesas, o que permitiu um aumento da distância entre as pessoas sem aumentar a distância entre as mesas. Embora tenhamos usado o trabalho de Castelani, Sobral e Tshuchida (2020) como referência base, no nosso trabalho fizemos o uso de parametrizações nas rotações, com o intuito de reduzir variáveis e restrições do modelo descrito em (Castelani, Sobral, Tshuchida, 2020).

MATERIAIS E MÉTODOS

O desenvolvimento deste trabalho se deu por seminários e pela modelagem e resolução e apresentação de problemas matemáticos, com o foco sendo o problema já apresentado.

Modelamos o problema seguindo a proposta dada por Castelani, Sobral e Tshuchida (2020), da seguinte maneira, consideramos N mesas no formato de circunferências

de raio igual a R metros com quatro cadeiras igualmente espaçadas em torno da mesa, conforme a Figura 1. A distância entre o encosto da cadeira e a borda da mesa é denotada por d_m e igual a 0.4 metros, sobrando espaço para uma pessoa sentar.

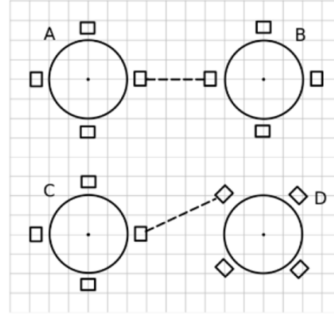


Figura 1 – Rotação das cadeiras da mesa D, implicando num aumento da distância entre as cadeiras das mesas C e D.

Para que seja possível desencostar uma cadeira da mesa sem bater na parede, é considerada uma distância mínima d_p de 0.3 metros entre a parede e as cadeiras. O salão do estabelecimento é descrito por uma região poligonal convexa de M lados. A distância mínima entre as cadeiras de mesas distintas, que será maximizada, é denotada por D e deve ser superior a uma distância D_{min} pré estipulada como 1 metro. Assim, temos o seguinte modelo:

$$\begin{aligned}
 & \text{maximizar } D \\
 & \text{sujeito a} \\
 & D \geq D_{min}, \\
 & \|X_{i1} - C_i\| = (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N, \\
 & \|X_{i2} - C_i\| = (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N, \\
 & \|X_{i3} - C_i\| = (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N, \\
 & \|X_{i4} - C_i\| = (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N, \\
 & \frac{X_{i1} + X_{i3}}{2} = C_i, \frac{X_{i2} + X_{i4}}{2} = C_i, i = 1, \dots, N, \\
 & \|X_{i1} - X_{i2}\|^2 = 2 \cdot (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N, \\
 & a_i \left(c_{j1} + \frac{a_i(R + d_m + d_p)}{\|(a_i, b_i)\|} \right) + b_i \left(c_{j2} + \frac{b_i(R + d_m + d_p)}{\|(a_i, b_i)\|} \right) + c_i \geq 0, \dots (1) \\
 & i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N, \\
 & \|C_i - C_j\|^2 \geq (2R + 2d_m)^2, \\
 & i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j.
 \end{aligned}$$

Fixamos a primeira cadeira X_{i1} da mesa i e com o uso da matriz de rotação (Anton, Busby, 2006) no sentido horário $R_\theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$ podemos descrever as coordenadas das outras três cadeiras. A matriz R_θ rotaciona pontos em torno da origem, mas as mesas obviamente não estão todas centralizadas na origem. Então, para que a parametrização possa funcionar é necessário fazer uma translação do centro da mesa para origem, rotacionar a cadeira e transladar o centro da mesa (e suas quatro cadeiras) para sua posição original. Neste sentido, considere a função:

$$\begin{aligned}
 & \alpha_i: [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2 \\
 & \theta \rightarrow R_\theta(X_{i1} - C_i) + C_i, i = 1, \dots, N.
 \end{aligned}$$

Assim, para cada mesa C_i temos uma parametrização α_i que descreve as outras três cadeiras usando somente as coordenadas da primeira. Com isso, temos um modelo dado por:

$$\begin{aligned}
 & (2) \\
 & \text{maximizar } D \\
 & \text{sujeito a} \\
 & D \geq D_{\min}, \\
 & \|\alpha_i(\theta_k) - \alpha_j(\theta_l)\|^2 \geq D^2, \\
 & i \neq j, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, k = 1, \dots, n, l = 1, \dots, n, \\
 & a_i \left(C_{j1} + \frac{a_i(R + d_m + d_p)}{\|(a_i, b_i)\|} \right) + b_i \left(C_{j2} + \frac{b_i(R + d_m + d_p)}{\|(a_i, b_i)\|} \right) + c_i \geq 0, \dots (2) \\
 & i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N, \\
 & \|C_i - C_j\|^2 \geq (2R + 2d_m)^2, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j, \\
 & \|C_i - X_{i1}\|^2 = (R + d_m)^2, i = 1, \dots, N.
 \end{aligned}$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Comparado ao modelo (1), reduzimos em 5 o número de restrições, o que já simplificou significativamente o problema. Os modelos (1) e (2) foram implementados na linguagem Julia (BEZANSON et al., 2017), através do pacote JuMP. O solver que foi utilizado para a resolução dos modelos foi o Ipopt. Para realização dos benchmarks foi utilizado o pacote BenchmarkTools. O estimador considerado na medida do tempo foi a Mediana que, conforme o manual do pacote, relativamente não é afetado por outliers.

Cada teste consiste em uma região convexa formada pelos pontos P_i , $i=1,\dots,M$, N mesas de raio R com quatro cadeiras e distância mínima pré estipulada de 1 metro, conforme a Tabela 1.

Tabela 1

	Nº de mesas	Região convexa	Raio
Teste 1	5	$\{(1,2),(2,10),(8,13),(15,6),(10,1)\}$	0.5
Teste 2	4	$\{(1,1),(1,4),(6,6),(7,0)\}$	0.2
Teste 3	5	$\{(0,1),(6,10),(12,8),(10,2)\}$	0.4
Teste 4	3	$\{(0,1),(6,10),(12,8),(10,2)\}$	1.0
Teste 5	7	$\{(0,0),(5,20),(30,18),(15,0),(35,5)\}$	0.3
Teste 6	45	$\{(6,2),(19,2),(28,11),(28,24),(19,33),(6,33),(-3,24),(-3,11)\}$	1.0
Teste 7	25	$\{(0,0),(17,0),(17,17),(0,17)\}$	1.0
Teste 8	47	$\{(0,0),(40,0),(40,30),(0,30)\}$	1.0

Os testes foram executados pelo menos 50 vezes ou até atingir o tempo de duas horas. Os resultados obtidos em relação ao tempo de processamento (TMP) em segundos, número de iterações (ITS), número de restrições (RES) que corresponde ao número de restrições de igualdade e desigualdade, número de variáveis (VAR), número de avaliações da função objetivo (OBJ), número de avaliações do gradiente da função objetivo (GRD), número de avaliações das restrições (AVR), podem ser vistos na Tabela 2.

Tabela 2

TMP	ITS	RES	VAR	OBJ	GRD	AVR
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Modelo (1)	Teste 1	0.289	23	240	51	25	24	25
	Teste 2	0.215	11	154	41	12	12	12
	Teste 3	0.272	20	235	51	21	21	21
	Teste 4	0.176	14	90	31	15	15	15
	Teste 5	0.607	28	455	71	29	29	29
	Teste 6	241.318	115	17.595	451	146	116	146
	Teste 7	203.788	1127	5.425	251	1350	486	1350
	Teste 8	912.934	3000	18.988	471	3257	2706	3257
Modelo (2)	Teste 1	0.359	22	200	21	23	23	23
	Teste 2	0.243	13	122	17	14	14	14
	Teste 3	0.409	35	195	21	36	36	36
	Teste 4	0.174	12	66	13	13	13	13
	Teste 5	0.639	24	399	29	25	25	25
	Teste 6	58.771	73	17.235	181	109	74	109
	Teste 7	31.802	142	5225	101	310	143	310
	Teste 8	358.267	651	18.612	189	661	652	661

CONCLUSÕES

A parametrização α_i não apenas ofereceu uma representação aprimorada, mas também gerou resultados positivos. A comparação entre o modelo (1) e o modelo (2) revela que, nos casos de exemplos mais simples (com menos mesas), o modelo (1) apresentou valores inferiores em todos os parâmetros. Nos exemplos mais complexos (com mais mesas), houve uma notável redução em todos os parâmetros considerados, com destaque para o número de avaliações da função objetivo, variáveis e restrições. Adicionalmente, vale ressaltar que o modelo (2) extrapolou o limite de 3000 iterações e não conseguiu obter uma solução ótima para o teste 8.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao orientador, à UEM, ao PIC e ao PET pelo apoio e oportunidades proporcionadas.

REFERÊNCIAS

CASTELANI, E. V.; SOBRAL, F. N. C.; TSHUCHIDA, L. Y. **Otimização da distância mínima entre mesas e pessoas em estabelecimentos do ramo da alimentação (2020)**. 2020 SETIF – Semana de Tecnologia da Informação – ISSN 2526-1924 – Instituto Federal do Paraná (IFPR).

BARACHO, B. E.; ASADA, N. F. OS IMPACTOS DA COVID 19 NA PERSPECTIVA DA SEGURANÇA ALIMENTAR. **PEGADA - A Revista da Geografia do Trabalho**, [S. l.], v. 21, n. 2, p. 359–375, 2020. DOI: 10.33026/peg.v21i2.7812. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/pegada/article/view/7812>. Acesso em: 29 ago. 2023.

BEZANSON, J. et al. Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing. SIAM review, v. 59, n. 1, p. 65-98, 2017. Disponível em: <https://julialang.org/assets/research/julia-fresh-approach-BEKS.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2023.

ANTON, Howard; BUSBY, Robert C. **Álgebra linear contemporânea**. 1. ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 2006.