

CONJUNTOS FRACTAIS EM ESPAÇOS REAIS E COMPLEXOS

Gabriel Vinícius Brandão (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Eduardo Brandani da Silva (Orientador). e-mail: ra107760@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Maringá, PR.

Matemática / Geometria e Topologia

Palavras-chave: sistemas dinâmicos; sistemas iterados de funções; espaços métricos.

RESUMO

Com base no estudo de métricas e geometria em espaços métricos, foram estudados conjuntos fractais e sistemas iterados de funções em espaços reais e complexos. Em seguida, foi possível estabelecer conexão com a teoria de sistemas dinâmicos caóticos, permitindo consolidação e ampliação da perspectiva da geometria fractal e suas aplicações.

INTRODUÇÃO

A Geometria é uma área do conhecimento que está preocupada em tornar objetivas as nossas intuições espaciais. A geometria clássica é utilizada para nos aproximar à estrutura de objetos naturais. Utilizamos-na na cartografia, arquitetura, engenharia e até na pintura. Trata-se de princípios fundamentais acerca do tamanho e forma dos objetos físicos que permeiam nossa existência e com os quais interagimos.

A Geometria Fractal é uma extensão da geometria clássica. Ela pode descrever sistemas muito complexos, como a costa de uma ilha, o relevo de uma montanha ou o formato de uma nuvem. Por possuir uma organização extremamente complexa, um conjunto fractal muitas vezes não pode ser descrito tão facilmente, como por meio da descrição de onde cada um de seus pontos estão no espaço. Ao invés disso, um conjunto fractal pode ser definido através de uma relação entre as suas partes, ou ainda, por meio da aplicação iterativa de um sistema de funções.

REVISÃO DE LITERATURA

Grande parte do estudo realizado sobre fractais utilizou como base o livro *Fractals Everywhere*, de Michael Barnsley (BARNSELY, M. F.). Aliado à leitura atenta do livro, foram realizados os exercícios propostos e seminários semanais com o orientador para discussão e esclarecimento de eventuais dúvidas surgidas com o estudo do texto.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a compreensão dos conjuntos fractais propriamente ditos, foi necessária uma ampla fundamentação em espaços geométricos, com ênfase em espaços métricos. Estes conceitos foram muito importantes para a apresentação ao espaço métrico dos fractais.

Além disso, foi realizado o estudo topológico de espaços métricos, com vista para mapeamentos de contrações e a construção de fractais. Essa construção, abordada em Barnsley (BARNSELY, M. F.), leva como base a utilização de Sistemas de Funções Iteradas. Trata-se de uma técnica pela qual podemos iterar funções para obter figuras que se repetem.

Podemos, com estes sistemas, calcular fractais, de forma determinística ou não. O termo “Jogo do Caos” cunhado por Barnsley é uma forma não determinística de se calcular sistemas de funções iterativas. Isto é, as transformações afins do sistema não são todas aplicadas nos elementos do conjunto inicial. Ao invés disso, a cada função do sistema atribui-se uma probabilidade de aplicação, e estas são aplicadas uma a uma de forma aleatória, e que convergem para o atrator (figura final).

É íntima a relação destes conceitos com os sistemas dinâmicos caóticos, abordados amplamente por Devaney (DEVANEY, R. L.). A dinâmica simbólica foi também um ponto de encontro entres estes tópicos. Dentre os conceitos estudados em sistemas dinâmicos caóticos, foram vistos também a órbita de pontos por meio da aplicação de funções iteradas e o diagrama resultante dessas órbitas, como, por exemplo o mapa logístico.

CONCLUSÕES

Este projeto investigou desde os fundamentos até a construção de conjuntos fractais e suas diversas relações e implicações. O seu desenvolvimento permitiu também a conexão destes assuntos com tópicos em sistemas dinâmicos caóticos, capacitando o acadêmico a futuras investigações que envolvem este tema ou correlatos. Todo o desenvolvimento do projeto foi muito importante para o crescimento do aluno em geral, e para a sua familiarização com um contexto de pesquisa científica.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao CNPq pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

Barnsley, M. F., **Fractals Everywhere**, 2nd ed., Academic Press, Boston, 1993.

32º Encontro Anual de Iniciação Científica
12º Encontro Anual de Iniciação Científica Júnior



23 e 24 de Novembro de 2023

Devaney, R. L., **A First Course in Chaotic Dynamical Systems**, Addison-Wesley Pub. 1992.

Devaney, R. L., **An Introduction to Chaotic Dynamical Systems**, 2nd ed., Westview Press. 2003.