

INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

Graziella Dias de Mendonça (PIBIC/CNPq/FA/UEM), Eduardo Brandani da Silva (Orientador). E-mail: ra131339@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Maringá, PR.

Área e subárea do conhecimento: Matemática Aplicada /Matemática Discreta e Combinatória).

Palavras-chave: Álgebra linear; Mecânica quântica, Computação.

RESUMO

A informação quântica estuda as operações de processamento de dados realizadas por meio de sistemas quânticos mecânicos, com o propósito de aprimorar a compreensão da mecânica quântica. Nesse contexto, a computação quântica emerge com a finalidade de facilitar a compreensão de sistemas quânticos. Com esse objetivo, foi realizado neste trabalho o estudo da álgebra linear, fundamental e aplicada na mecânica quântica. Essa compreensão foi baseada no livro “Quantum Computation and Quantum Information” [2], no qual foi realizada a leitura e estudo dos capítulos referentes a álgebra linear, postulados da mecânica quântica, aplicação de codificação superdensa, operador densidade, decomposição e purificação de Schmidt e desigualdade de Bell. Como resultado, o conhecimento obtido foi aplicado em meios de visualização da mecânica quântica e a representação da álgebra linear na computação quântica foi discutida. Com isso, a prática do conteúdo estudado pode ser aplicado em correlações da álgebra linear com a mecânica quântica.

INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas, o avanço da informação quântica abriu diversas portas na humanidade. Com isso, dá-se o surgimento de computadores quânticos e de linguagens de programação próprias da computação quântica. Utilizando-se disso, neste trabalho, buscamos compreender a parte matemática da computação quântica e sua aplicação direta em sistemas quânticos computacionais, sendo a compreensão da base da mecânica quântica, ou seja, a álgebra linear o assunto de mais importância para a compreensão de sistemas quânticos. Desse modo, por

meio do estudo teórico de capítulos específicos do livro base utilizado [2], é possível a análise e relação de conceitos matemáticos na Computação Quântica.

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho, o estudo da álgebra linear foi fundamental para a compreensão de conceitos da mecânica quântica, utilizando, como principal texto-base, a literatura de Nielsen e Chuang no assunto aqui abordado [3].

Revisão de Literatura

Introdução à Álgebra Linear na Mecânica Quântica

Com base nos conceitos de Base e Independência Linear, a representação de um vetor qualquer pode ser expressa como $|v\rangle = \sum a_i |v_i\rangle$, onde dois vetores cuja soma seja diferente de zero formam uma Base de um Espaço Vetorial V . O produto interno, ao receber dois vetores $|v\rangle$ e $|w\rangle$ de um espaço vetorial, gera um número complexo, sendo representado pela notação $\langle v|w\rangle$. A definição de um Espaço Vetorial também possibilita a criação de uma Operação Linear entre vetores, descrita por uma função A , onde $A(\sum a_i |v_i\rangle) = \sum a_i A(|v_i\rangle)$, podendo ser aplicada na forma $A|v\rangle$. Um dos operadores lineares mais relevantes na mecânica quântica é o Operador Identidade $I|v\rangle \equiv |v\rangle$. Além disso, um autovetor de um operador linear A é um vetor $|v\rangle$ que satisfaz a equação $A|v\rangle = \lambda|v\rangle$, onde λ é o autovalor correspondente, encontrado pelo polinômio característico $c(\lambda) = \det(A - \lambda I)$. Caso V e W sejam espaços vetoriais de dimensões m e n e ambos sejam espaços de Hilbert, o produto tensorial entre eles é representado por $V \otimes W$. As matrizes de Pauli, que formam um conjunto de operadores hermitianos e unitários (X , Y , Z e I), são cruciais para diversos tópicos explorados.

Postulados da Mecânica Quântica

Nesta seção, foram discutidos os três principais postulados da Mecânica Quântica. O primeiro postulado estabelece que o estado de um sistema físico isolado é representado por um vetor unitário em um espaço de Hilbert. O segundo postulado afirma que a evolução de um sistema quântico fechado é descrita por uma operação

unitária, conectando o estado do sistema em diferentes momentos. O terceiro postulado descreve as medições quânticas como um conjunto de operadores que determinam as probabilidades dos possíveis resultados experimentais.

A partir desses conceitos, os quais serviram como base de estudo, foi possível compreender mais profundamente as demais relações apresentadas no material estudado [2].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como principais análises dos assuntos abordados, foi possível analisar algumas das principais representações da Álgebra Linear na Computação Quântica. O produto interno, ou produto escalar, é crucial para avaliar a semelhança e sobreposição entre estados quânticos. Para o processamento computacional, estabelecer uma base com múltiplos qubits usando o produto tensorial é essencial, pois essa operação no espaço vetorial complexo é fundamental para entender sistemas quânticos e desenvolver algoritmos eficazes. Além disso, foram discutidas as matrizes de Pauli, que são vitais para a teoria quântica e para a manipulação de estados de qubits, refletindo aspectos como a orientação do spin. Essas matrizes atuam também como portas lógicas básicas para a construção de circuitos quânticos, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Principais portas lógicas da Computação Quântica. Reprodução de [1]

Hadamard	$\boxed{H}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
Pauli-X	$\boxed{X}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Y	$\boxed{Y}$	$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Z	$\boxed{Z}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Phase	$\boxed{S}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
$\pi/8$	$\boxed{T}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$

CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi possível compreender as possíveis relações da álgebra linear no meio da informação quântica e computação quântica, as quais implicam diretamente no estudo teórico e prático do assunto. Por fim, mais análises e discussões sobre o estudo realizado serão apresentadas no relatório final do projeto.

AGRADECIMENTOS

O aprendizado de conceitos referentes à computação quântica só foi possível devido ao apoio financeiro da instituição CNPq, em conjunto com a Fundação Araucária e com a Universidade Estadual de Maringá. Agradeço a essas instituições e ao meu orientador, Professor Dr. Eduardo Brandani da Silva, por todo o apoio e orientação no presente trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] GAZZONI, W. C. **Propriedades Algébricas e Geométricas dos Códigos de Bloco Quânticos**. 2007. Dissertação (Mestrado em engenharia elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.
- [2] NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. **Quantum Computation and Quantum Information**: 10th Anniversary Edition. 10. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [3] NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. Introduction to quantum mechanics. **Introduction to quantum mechanics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. p. 60-111.