

ESTUDANDO AS DIFERENÇAS E SEMELHANÇAS ENTRE OS MODELOS DE MAY-LEONARD E LOTKA-VOLTERRA

Arão Victor Rocha dos Santos (PIC/UEM), Breno Ferraz de Oliveira (Orientador). E-mail: bfoliveira@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Departamento de Física, Maringá, PR.

Área e subárea do conhecimento: Física/Física Geral

Palavras-chave: Física Computacional; Modelo RPS; simulação de Monte Carlo

RESUMO

O modelo *Rock-Paper-Scissors* (RPS) contém algumas das principais características da competição por espaço e interações cíclicas presentes em ecossistemas. Usando as vizinhanças tradicionais as variações de Lotka-Volterra (LV) e May Leonard (ML) do RPS, resultam em diferentes resultados. O objetivo deste trabalho é mostrar que com pequenas mudanças na vizinhança os modelos de LV e ML se tornam semelhantes. Foi utilizado a função de autocorrelação e a análise de Fourier na densidade temporal das espécies para validar a semelhança entre os modelos LV e ML. O trabalho mostra que padrões de espirais surgem em ambos os modelos com a mudança.

INTRODUÇÃO

O modelo RPS consegue simular de forma satisfatória alguns sistemas biológicos de competição intraespecífica, como nas populações de bactérias *Escherichia coli* (Kerr *et al.*, 2002). Em sua versão padrão, os indivíduos são distribuídos aleatoriamente em uma rede na qual desenvolvem três ações: movimentação, competição e reprodução. Quando a reprodução ocorre junto à competição, o modelo RPS é chamado de Lotka-Volterra (LV), com um novo indivíduo da espécie vencedora da competição ocupando o local do rival derrotado. Se a competição e a reprodução ocorrem de forma individual, o modelo RPS é chamado de May-Leonard (ML), com a competição resultando em um espaço vazio. As duas variações permitem a coexistência de todas as espécies, contudo o padrão de distribuição das espécies na rede difere, com a variação de ML formando espirais, o que não ocorre em LV. Neste trabalho, serão reproduzidos os principais resultados do artigo (Avelino;

Oliveira; Trintin, 2022) aumentando a vizinhança para um círculo euclidiano. Com essa alteração poderemos atenuar as diferenças obtidas entre os dois modelos.

MATERIAIS E MÉTODOS

No modelo RPS padrão os indivíduos são distribuídos em uma rede quadrada reticulada com condição periódica de contorno (Szolnoki *et al.*, 2014). Todo quadrado é ocupado por um indivíduo: pedra, papel ou tesoura. Geração é o nome dado ao tempo médio para que todos os indivíduos executem uma ação. Para cada ação, um indivíduo que não seja um espaço vazio é sorteado para executá-la (ativo), e um de seus quatro primeiros vizinhos é sorteado para receber a ação (passivo) (Avelino *et al.*, 2012). Na movimentação, o indivíduo ativo e passivo trocam de lugar na rede. A competição é feita em forma cíclica, como no jogo de pedra, papel e tesoura. Caso alguma ação não possa ser executada, o processo é repetido. No modelo modificado a vizinhança é ampliada. Aumentando o raio de interação a variação de LV também produzirá o padrão de espirais presentes em ML. Para validar o resultado foi utilizado uma análise de Fourier na densidade temporal das espécies e uma função de autocorrelação.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações foram realizadas em uma rede com 500 x 500 indivíduos. A Figura 1 mostra um instantâneo do sistema após 2000 gerações, para as variações padrões e modificadas.

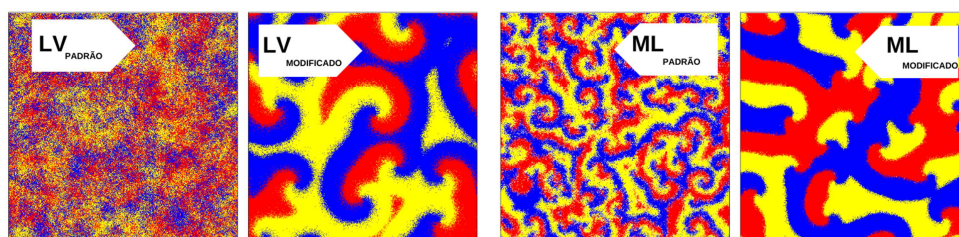


Figura 1– Configuração do sistemas após 2000 gerações.

Mesmo que a semelhança das variações após a modificação seja visualmente observável, testes são necessários para comprovar essa correspondência. A progressão da densidade é divergente no modelo padrão para ML e LV. A Figura 2 mostra as progressões dos modelos padrões e modificados, evidenciando que as mudanças aproximam os modelos.

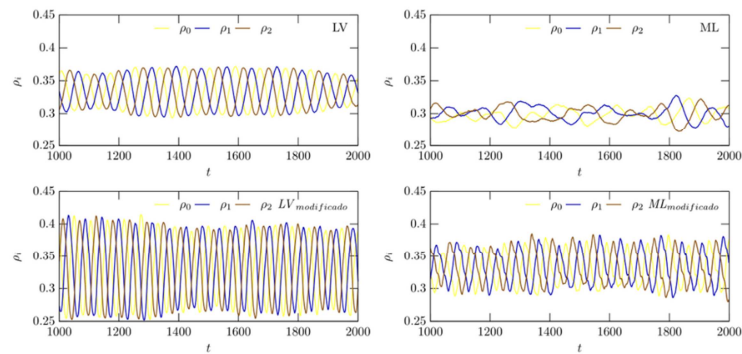


Figura 2– Densidade versus Gerações para os diferentes modelos.

Nos dados da Figura 2 foi empregado a transformada de Fourier de tempo discreto (Sundararajan, 2021). A Figura 3 mostra o resultado dessa aplicação no modelo modificado.

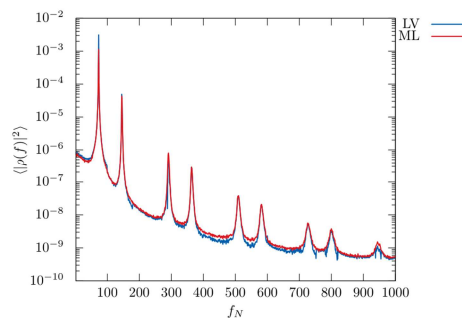


Figura 3– Intensidade do espectro nos modelos modificados

Autocorrelação é uma função que mede a distância média entre as estruturas de uma figura, é de se esperar que após a modificação a função de autocorrelação de LV e ML seja parecida. A Figura 4 evidencia essa hipótese.

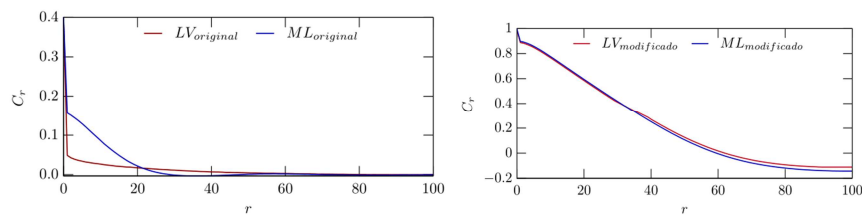


Figura 4 - Função de Autocorrelação dos modelos padrão e modificados.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi mostrado que as diferenças das variações de May-Leonard e Lotka-Volterra do RPS padrão podem ser atenuadas com pequenas mudanças. Conseguimos reproduzir o artigo (Avelino; Oliveira; Trintin, 2022), entendendo a estrutura de um trabalho científico.

REFERÊNCIAS

KERR, B. *et al.* Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock-paper-scissors. **Nature**, London, v. 418, n. 6894, p. 171–174, jul. 2002.

AVELINO, P. P.; DE OLIVEIRA, B. F.; TRINTIN, R. S. Lotka-Volterra versus May-Leonard formulations of the spatial stochastic rock-paper-scissors model: The missing link. **Physical review. E**, New York, v. 105, n. 2, p.024309, fev. 2022.

SZOLNOKI, A. *et al.* Cyclic dominance in evolutionary games: a review. **Journal of the Royal Society Interface**, London, v. 11, n. 100, p.20140735, nov. 2014.

AVELINO, P. P. *et al.* Junctions and spiral patterns in generalized rock-paper-scissors models. **Physical review. E**, New York, v. 86, n. 3, p.036112, set. 2012.

SUNDARARAJAN, D. Discrete-Time Fourier Transform. In: SUNDARARAJAN, D. **Digital Signal Processing: An Introduction**. New York: Springer International Publishing, 2021. cap. 5, p. 105–153.