

ÓRBITAS EM SISTEMAS DINÂMICOS CAÓTICOS: UMA ABORDAGEM TEÓRICA

Isadora Munhoz Richter (PIBIC/CNPq/UEM), Eduardo Brandani da Silva
(Orientador). E-mail: ebsilva@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Maringá, PR, Brasil.

Matemática, Geometria e Topologia / Sistemas Dinâmicos.

Palavras-chave: Dinâmica não-linear; Trajetórias iteradas; Bifurcação

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise teórica das órbitas em sistemas dinâmicos caóticos, com foco nos capítulos 3 a 6 do livro *A First Course in Chaotic Dynamical Systems* de Robert L. Devaney (1992). O estudo tem como objetivo compreender conceitos fundamentais relacionados a órbitas periódicas e não periódicas, estabilidade de pontos fixos e periódicos, e mudanças qualitativas no comportamento de sistemas através de bifurcações. A metodologia adotada consistiu em no estudo detalhado desses capítulos, com ênfase em exemplos gráficos, diagramas de cobweb e análises de trajetórias iteradas que ilustram a complexidade da dinâmica caótica. Os resultados obtidos indicam que a análise das órbitas permite identificar padrões de comportamento e prever a sensibilidade a condições iniciais, enquanto a avaliação de pontos fixos e periódicos fornece critérios de estabilidade. A discussão evidencia como a aplicação de técnicas gráficas facilita a compreensão das transições de regularidade para caos, e como as bifurcações representam mudanças estruturais significativas no sistema à medida que parâmetros variam. Conclui-se que a leitura crítica desses capítulos oferece uma base sólida para a compreensão teórica de sistemas dinâmicos caóticos, fornecendo subsídios para futuras pesquisas que integrem teoria e simulação computacional, bem como aplicações em modelagem matemática e fenômenos complexos em diversas áreas da ciência.

INTRODUÇÃO

O estudo dos sistemas dinâmicos tem se mostrado uma área central da matemática contemporânea, especialmente em razão de sua aplicabilidade em fenômenos naturais, físicos e tecnológicos. Em particular, a análise de órbitas e de seus comportamentos qualitativos fornece uma estrutura para compreender a transição entre dinâmica regular e caótica. A teoria de Robert L. Devaney (1992), apresentada em *A First Course in Chaotic Dynamical Systems*, constitui um marco na divulgação e formalização desses conceitos, oferecendo uma introdução acessível, mas rigorosa, ao tema. O presente trabalho tem como objetivo discutir os principais elementos abordados nos capítulos 3 a 6 da obra, que tratam de órbitas periódicas e

não periódicas, estabilidade de pontos fixos, diagramas gráficos e bifurcações. A pesquisa se caracteriza como um estudo teórico, e busca sistematizar os conceitos apresentados pelo autor, destacando suas contribuições para a compreensão da dinâmica caótica. Desse modo, pretende-se delimitar os aspectos centrais que possibilitam a identificação e classificação de órbitas, assim como ressaltar a relevância desses elementos para futuras aplicações em modelagem matemática de sistemas complexos.

MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa foi realizada por meio de estudos semanais, com foco nos capítulos selecionados de Devaney (1992). Os capítulos abordam órbitas periódicas e não periódicas, análise gráfica de sistemas dinâmicos, pontos fixos e periódicos, além de bifurcações. A metodologia consistiu na leitura detalhada dos capítulos, identificação dos conceitos-chave, sistematização de definições e exemplificações gráficas, bem como análise crítica dos resultados apresentados. Esta abordagem permitiu compreender os fundamentos teóricos da dinâmica de sistemas não-lineares e os padrões de comportamento de órbitas em contextos caóticos. Todo o processo foi conduzido de forma analítica e comparativa, visando organizar o conhecimento de maneira clara e coerente, destacando a relevância dos conceitos para aplicações matemáticas e para o desenvolvimento de estudos futuros em modelagem de sistemas dinâmicos complexos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise dos capítulos permitiu identificar padrões fundamentais na dinâmica de órbitas em sistemas não-lineares. O Capítulo 3 apresenta a caracterização de órbitas periódicas e não periódicas, evidenciando como a sensibilidade às condições iniciais influencia o comportamento do sistema. No Capítulo 4, as técnicas de análise gráfica, como diagramas de cobweb e gráficos iterativos, demonstram-se ferramentas essenciais para visualizar trajetórias e prever padrões de estabilidade. O Capítulo 5 detalha os pontos fixos e periódicos, mostrando critérios de estabilidade e métodos para classificação das órbitas, enquanto o Capítulo 6 aborda bifurcações, revelando como pequenas alterações nos parâmetros podem gerar mudanças qualitativas no comportamento do sistema, incluindo a transição para o caos. A discussão evidencia que a combinação dessas abordagens fornece uma compreensão da dinâmica caótica, permitindo correlacionar conceitos teóricos com exemplos gráficos e resultados analíticos.

CONCLUSÕES

O estudo possibilitou compreender os conceitos centrais relacionados às órbitas em sistemas caóticos, incluindo estabilidade de pontos críticos, análise gráfica e bifurcações. A aplicação dessas ferramentas permite identificar padrões de comportamento, avaliar a sensibilidade a condições iniciais e compreender as

transições para o caos. A abordagem teórica adotada fornece base sólida para futuras pesquisas em modelagem matemática e simulação de sistemas complexos, destacando a importância da análise de órbitas na compreensão global do sistema.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador pelo suporte e direcionamento durante a realização deste estudo. Agradeço ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq) e à Universidade Estadual de Maringá (UEM) pelo apoio financeiro e institucional que possibilitaram a realização deste estudo.

REFERÊNCIAS

DEVANEY, R. L. *A First Course in Chaotic Dynamical Systems: Theory and Experiment*. Reading: Addison-Wesley, 1992.