

Estudo do Dilema do Prisioneiro e Jogos do Bem Público

Matheus Di Domenico (PIBIC), Breno Ferraz de Oliveira (Orientador).
E-mail: bfoliveira@uem.br

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Maringá, PR.

Área e subárea do conhecimento: Física Geral/ Métodos Matemáticos da Física.

Palavras-chave: Jogos evolutivos; Simulações; Cooperação.

RESUMO:

Nesse trabalho foi estudado a versão simplificada do modelo da teoria dos jogos conhecido por Dilema do Prisioneiro e Jogos do Bem Público (PGG). O primeiro modelo consiste em dois agentes, cada um dos quais podem cooperar (C) para ou trair (D) seu parceiro. Já no PGG, além de cooperadores e desertores, o modelo estudado pode incluir jogadores solitários (L), que não interagem com os outros. Na versão espacial dos modelos, os jogadores interagem apenas com seus vizinhos locais e atualizam suas estratégias de acordo o desempenho dos seus vizinhos.

INTRODUÇÃO:

Dilema do Prisioneiro (PD) e Jogos do Bem Público (PGG) são uns dos modelos evolutivos mais estudados na teoria dos jogos, servindo como base para entender a dinâmica de cooperação e deserção entre agentes racionais. Eles ilustram como decisões individuais podem levar a resultados subótimas para o coletivo até mesmo quando a cooperação mútua seria mais benéfica, possuindo implicações em várias áreas do conhecimento, como economia, e psicologia^[1].

Os modelos têm implicações importantes para a teoria evolutiva, pois ilustram como estratégias de cooperação ou deserção podem surgir e ser mantidas em uma população. Atualmente, o PD e PGG são estudados usando simulações computacionais, onde os jogadores são organizados em redes e interagem com seus vizinhos, permitindo a observação de como as estratégias evoluem pelo tempo.

O objetivo desse estudo foi reproduzir dois artigos, o primeiro foca em analisar a prevalência da cooperação conforme a recompensa de trair aumenta no modelo PD^[2] e o segundo avalia a prevalência da cooperação, deserção e não-interação conforme o fator de multiplicação do bem público “r” aumenta^[3].

REVISÃO DA LITERATURA:

Ambos modelos partem de uma matriz quadrada com N colunas e linhas, os jogadores são distribuídos e designados diferentes estratégias de maneira aleatória -

cooperar (C) ou desertar (D) para o PD e PGG sem jogador solitário, com 50% chance cada e cooperar (C) e desertar (D) não interagir (L) para o PGG com jogador solitário com 33% de chance cada. A seguir, cada jogador joga um jogo PD ou PGG com seus vizinhos locais. A recompensa depende da estratégia de cada jogador.

Dilema do Prisioneiro:

No PD, se ambos jogadores cooperarem, eles recebem a recompensa R; se ambos desertarem, recebem a punição P; se um desertar e o outro cooperar, recebem, respectivamente, T e S. Os parâmetros e seus valores correspondentes estão mostrados na tabela abaixo:

Tabela 1: Parâmetros de pagamento no Dilema do Prisioneiro.

	Parâmetro	Valor
T	<i>Temptation</i> - Tentação	b
R	<i>Reward</i> - Recompensa	1
P	<i>Punishment</i> - Punição	0
S	<i>Sucker's Payoff</i> – Pagamento do Ingênuo	0

Sendo que os elementos seguem as condições $T > R > P > S$ e $2R > T + S$, com $b > 1$. O pagamento total de um certo jogador é a soma de cada jogo PD individual com seus vizinhos. O pagamento de um jogador é descrita através da matriz abaixo:

Tabela 2: Matriz de pagamento do jogador X, conforme as escolhas do jogador Y.

X/Y	C	D
C	1	0
D	b	0

Além disso, cooperadores recebem 1 de pagamento adicional.

Jogos do Bem Público:

No PGG, o pagamento de cada jogar é calculado a partir das fórmulas abaixo:

Tabela 3: Matriz de pagamento de um jogador de PGG.

Cooperador (C)	$\left(\frac{rn_c}{n_c + n_d}\right) - 1$
Desertor (D)	$\left(\frac{rn_c}{n_c + n_d}\right)$
Solitário (L)	σ

Em que r é fator de multiplicação do bem público, n_c e n_d são os números de cooperadores e números de desertores, respectivamente. Jogadores cooperadores e desertores sozinhos são considerados solitários ($n_c + n_d = 1$). Para o PGG sem jogador solitário, o último pagamento é desconsiderado.

Evolução do Sistema:

Em ambos os modelos, Um jogador X é escolhido aleatoriamente para revisar sua estratégia. Ele seleciona um vizinho Y com probabilidade igual e pode adotar sua estratégia com uma probabilidade dada por:

$$W = \frac{1}{\left(1 + \exp\left(-\frac{E_Y - E_X}{K}\right)\right)}, \quad W = \frac{1}{\left(1 + \exp\left(-\frac{E_Y - E_X + \tau}{K}\right)\right)},$$

para PD e PGG, respectivamente. Em que E_x e E_y são os pagamentos totais do jogador X e do vizinho Y , K representa o nível de ruído permitindo escolhas irracionais e τ é o custo de troca de estratégia. Se a adoção for aceita, o estado e os pagamentos são atualizados. Os sistemas são de a vizinhança primária, levando em consideração apenas os vizinhos nas direções superior, inferior, esquerda e direita do jogador. Ambos os modelos usaram uma rede quadrada de 400×400 , com $K = 0.1$ e 16×10^8 ciclos ($N \times N \times 10000$). O PGG usa $\tau = 0.1$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Para o PD, foi gerado o seguinte gráfico:

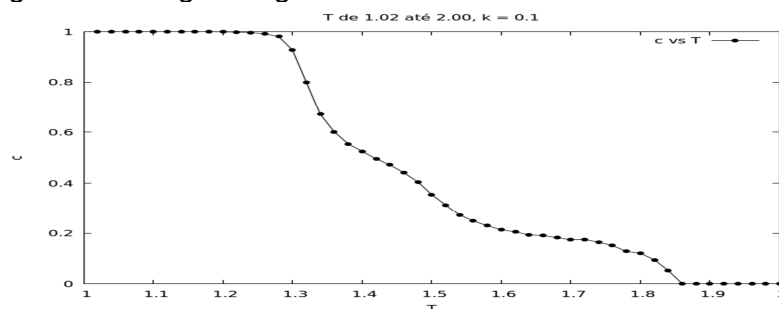


Figura 1 – Gráfico da variação de Cooperadores em relação a T

Que se alinha com o gráfico gerado do artigo^[2].

Para o PGG, foram gerados os seguintes gráficos:

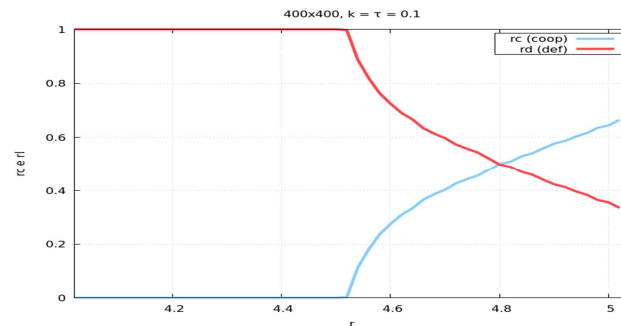


Figura 2 – Gráfico de Cooperadores (azul) e Desertores (vermelho) em relação a r .

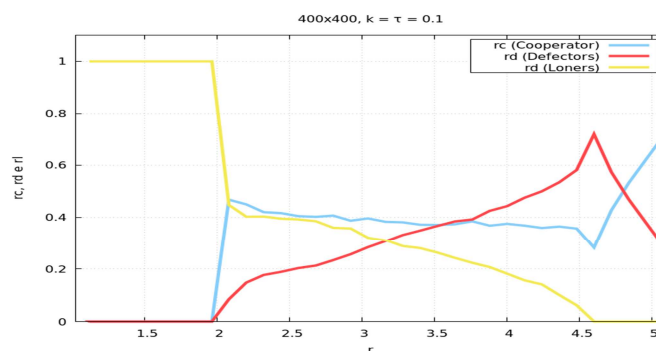


Figura 3 – Gráfico da variação de Cooperadores (azul), Desertores (vermelho) e Solitários (amarelo) em relação a r . Valor de $\sigma = 1$

Que também se alinham com a literatura estudada^[3].

CONCLUSÕES:

As simulações de PD e PGG confirmam a replicação dos padrões dos artigos originais, reforçando a confiabilidade das abordagens.

AGRADECIMENTOS:

Agradeço ao meu orientador, Breno F. de Oliveira, pelo conhecimento e apoio, ao CNPq pelo suporte à pesquisa e à UEM pela oportunidade de desenvolvimento.

REFERÊNCIAS:

- [1] SIGMUND, K. **Games of Life**. Oxford: Oxford University Press, 1993.
- [2] SZABÓ, G.; TÖKE, C. **Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice**. 1997. Preprint (cond-mat/9710096) – arXiv. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/9710096>.
- [3] HAUERT, C.; SZABÓ, G. **Phase transitions and volunteering in spatial public goods games**. 2002. Preprint (cond-mat/0207569) – arXiv. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0207569>