

UM MÉTODO BRANCH AND PRICE PARA O PLANEJAMENTO DE TAREFAS NO LONGO PRAZO

Giovana Melo dos Santos (PIBIC/CNPq), Pedro Henrique Fernandes Ribeiro (PIBIC/CNPq), Francisco Nogueira Calmon Sobral (Orientador). E-mail: fncsobral@uem.br.

Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Maringá, PR.

Área e subárea do conhecimento: Matemática/Matemática Aplicada

Palavras-chave: Otimização; Problema com a coleta e entrega; Programação linear inteira mista.

RESUMO

O Problema de Coleta e Entrega (do inglês Pickup and Delivery Problem – PDP) é um problema clássico de otimização utilizado para modelar problemas de logística. Ao aplicá-lo em instâncias reais, o número de variáveis independentes pode crescer muito, deixando sua resolução muito custosa. Neste trabalho, aplicamos a técnica *Branch and Price* para resolver o PDP. A técnica consiste em definir um problema mestre, complexo, que é resolvido de forma aproximada, e problemas auxiliares. Os problemas auxiliares indicam formas de ajustar o problema mestre. O problema mestre é resolvido através de eficientes algoritmos de programação linear, enquanto os problemas auxiliares são resolvidos neste trabalho através de algoritmo baseado em grafos. A implementação do método foi desenvolvida na linguagem de programação matemática Julia, e os testes computacionais realizados demonstraram a efetividade da solução proposta. Além disso, criou-se um gerador automático de tarefas, também em Julia, a fim de possibilitar a construção de instâncias com diferentes configurações e níveis de complexidade para avaliação do método.

INTRODUÇÃO

O Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (Vehicle Routing Problem with Time Windows – VRPTW) é um clássico problema de otimização combinatória que busca utilizar de forma eficiente uma frota de veículos para atender clientes dentro de intervalos de tempo pré-definidos. Cada veículo deve respeitar suas restrições de capacidade, iniciar e finalizar suas rotas em um depósito central e minimizar a distância total percorrida. O VRPTW envolve desafios complexos, como o gerenciamento de variáveis inteiras, restrições de janelas de tempo e a otimização de rotas.

MATERIAIS E MÉTODOS

O VRPTW pode ser naturalmente formulado como um Problema de Programação Inteira (IP), no qual há a disponibilidade de uma frota de caminhões com capacidade limitada. O objetivo é completar todas as entregas minimizando o custo associado ao percurso de cada caminhão. Seja $G=(V,A)$ um grafo direcionado completo, onde $V=\{v_0, \dots, v_n\}$ representa os nós (com v_0 sendo o depósito) e A , o conjunto de arcos. Cada arco (v_i, v_j) possui um tempo de viagem t_{ij} e custo c_{ij} . Cada cliente v_i (exceto o depósito) possui demanda d_i , uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ e tempo de serviço $serv_i$. Existem U veículos disponíveis com capacidade Q .

O objetivo é minimizar a função $\sum_{1 \leq u \leq U} \sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij} x_{ij}^u$, com x_{ij}^u uma variável de decisão que indica se o caminhão u passou pelos clientes i e j , de forma que todo cliente seja visitado pelo menos uma vez, que as capacidades dos caminhões sejam respeitadas, bem como os horários de visita de cada cliente.

Devido ao crescimento combinatório do número de variáveis com o aumento da frota e das tarefas, técnicas tradicionais de solução tornam-se inviáveis para instâncias de grande porte.

Para resolver o problema proposto neste trabalho, observa-se que clientes no modelo VRPTW podem ser convertidos em tarefas e a ligação entre duas tarefas significa que uma pode ser realizada após a outra. Nesse contexto, uma rota realizada por um caminhão significa a sequência de tarefas que ele realiza, dentro do intervalo de tempo considerado. Esse problema é conhecido como Problema de Coleta e Entrega (Pickup and Delivery Problem – PDP).

Nesse contexto, aplicamos a geração de colunas combinada com o método Branch and Price, técnica eficaz para problemas com grande número de variáveis, com o VRPTW (FEILLET, 2010). A proposta baseia-se em decomposição e relaxação de um problema principal e complexo, denominado problema mestre. Para a relaxação, resolve-se um problema de programação linear. O subproblema é modelado como um problema do tipo Problema do Caminho Mínimo Elementar com Restrições de Recurso (Elementary Shortest Path Problem with Resource Constraints – ESPPRC), adaptado ao PDP (FEILLET, DEJAX, GENDREAU, GUEGUEN, 2004). O algoritmo recebe os dados do PDP e as variáveis duais da relaxação, retornando rotas viáveis com custos reduzidos. O processo é repetido até que todas as rotas promissoras sejam encontradas, utilizando uma regra de dominância para filtrar soluções subótimas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi desenvolvida uma implementação do algoritmo Branch and Price na linguagem de programação Julia (BEZANSON, EDELMAN, KARPINSKI, SHAH, 2017) adaptado para o PDP. Até o momento, foi realizada a implementação da estratégia de resolução dos subproblemas gerados pelo Branch and Price, para o qual foram conduzidos testes preliminares para problemas com solução inteira, validando o funcionamento do algoritmo e destacando sua capacidade de gerar soluções viáveis para o problema PDP.

Como exemplo de aplicação do método, considera-se uma transportadora que busca maximizar o número de tarefas que consegue executar. Nesse cenário, considera-se a disponibilidade de apenas um caminhão e cinco possíveis tarefas. Cada tarefa é definida por uma rota, que especifica o ponto de partida e o ponto de chegada, bem como por um intervalo de tempo que indica o período em que a tarefa pode ser realizada. Os dados deste exemplo são apresentados na Tabela 1.

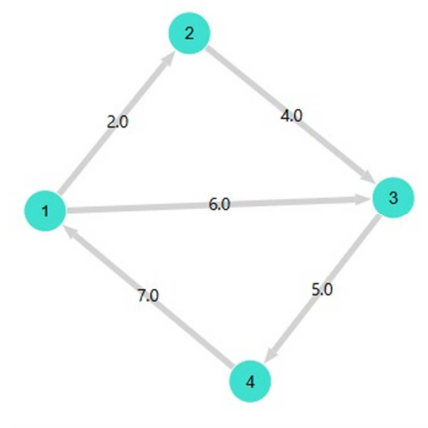
Tabela 1 Definição das tarefas com respectivas rotas e intervalos de tempo

Tarefa	Rota	Intervalo de tempo
1	A para B	[2, 5]
2	B para C	[0, 4]
3	C para D	[0, 9]
4	D para A	[0, 18]
5	A para C	[0, 11]

As distâncias entre as cidades consideradas no estudo são: $A-B = 2$, $A-C = 6$, $A-D = 7$, $B-C = 4$, $B-D = 9$ e $C-D = 5$.

Graficamente, podemos representar as tarefas em um grafo. Cada vértice representa uma cidade, e cada aresta representa uma tarefa, indicando a direção do ponto de partida ao ponto de chegada. O grafo do exemplo considerado é apresentado na Figura 1.

Figura 1 Mapa das cidades e suas distâncias. As arestas direcionadas representam as tarefas



Utilizando o grafo das cidades, ilustrado na Figura 1, outro grafo é construído, no qual as tarefas são vértices. Uma aresta entre dois vértices significa a sequência que as tarefas são realizadas. Com essa modelagem, o problema torna-se uma instância do conhecido VRPTW. O objetivo é identificar a melhor rota na qual o caminhão seja capaz de realizar o maior número possível de tarefas. Se um tempo máximo de 18 é definido para a realização de tarefas, utilizando a implementação do

método, verificou-se que a melhor rota é aquela que realiza as tarefas 2, 3 e 4, nesta ordem.

Para a realização de testes em maior escala, também foi desenvolvida, em Julia, uma implementação de um gerador automático de tarefas, permitindo a criação de instâncias com diferentes configurações e níveis de complexidade para avaliação do método. Nesse gerador, ao fornecer a região onde as cidades devem ser definidas, estas são selecionadas automaticamente. Além disso, são fornecidos como entrada a quantidade de cidades desejadas, a quantidade de tarefas, o limite máximo de tempo para a realização das tarefas e o número de caminhões disponíveis.

CONCLUSÕES

Os resultados computacionais indicam que o algoritmo desempenha com eficácia a tarefa proposta. Atualmente, estamos conduzindo testes de maior escala com instâncias geradas com diferentes configurações e níveis de complexidade para avaliação do método, e o próximo passo será automatizar o ciclo de Branch-and-Price no algoritmo, possibilitando a realização de experimentos ainda mais amplos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a CNPq, UEM, ao meu orientador Prof. Dr. Francisco Nogueira Calmon Sobral e a minha colega de pesquisa Giovana Melo dos Santos pela oportunidade de poder participar desse projeto e aprender coisas novas.

REFERÊNCIAS

BEZANSON, J.; EDELMAN, A.; KARPINSKI, S.; SHAH, V. B. Julia: A fresh approach to numerical computing, **SIAM Review**, v. 59, n. 1, p. 65-98, 2017.

FEILLET, D. A., Tutorial on column generation and branch-and-price for vehicle routing problems. **4OR-Q J Oper Res** 8, p. 407-424, 2010. DOI 10.1007/s10288-010-0130-z

FEILLET, D.; DEJAX, P.; GENDREAU, M.; GUEGUEN, C. An exact algorithm for the elementary shortest path problem with resource constraints: Application to some vehicle routing problems. **Networks: An International Journal**, v. 44 n. 3, p. 216-229, 2004. DOI:10.1002/net.20033